

都市開発と都市間均衡分析

——輸送機会費用低下と生産関数シフトを中心として——

小 川 喜 弘

1. はじめに
2. 都市経済モデルにおける輸送機会費用と生産関数
3. 都市開発モデルの構築
 - (1) 理論モデルの前提
 - (2) 都市開発前の都市間均衡モデル
 - (3) 都市開発と地方公共財供給
 - (4) 開発投資前の最適都市構造
 - (5) 開発投資の効果把握と資本化理論
4. 都市開発モデルの数値解析分析
 - (1) 関数型の特定化
 - (2) パラメーターの特定とストロー効果
5. おわりに

要 旨

都市経済の一般均衡モデルを取り扱う。都市経済モデルに直接、規模の経済を導入すると最適解を求めることは出来ない。本稿では、これまでの都市経済モデルに収穫逓減生産関数と地方公共財理論を導入して、交通関連施設を中心とした都市開発の効果が、地方公共財として効用・生産・輸送機会費用を通して都市経済に波及する過程を分析する。そこでは生産関数に直接規模の経済を導入せず、都市開発による生産関数のシフトという形で理論モデルを構築し、数値解析により最適均衡解を求める。そして都市開発により都市間人口移動が生じ、都市間格差が縮小して均等化するケースと逆に拡大して大規模都市に吸引されるストロー効果のケースについて、その発生メカニズムをパラメーターの変化から明らかにする。

キーワード：地方公共財、規模の経済、生産関数、輸送機会費用、ストロー効果

1. はじめに

一国経済全体におけるマクロとしての経済発展とは別に、都市・地域等の面的広がりの中における経済格差の拡大について、さまざまな問題が顕在化しつつある。商圏の移動・縮小や人口流出などに代表されるような地域間の格差問題を解消し、地域間均衡のとれた経済発展を達成すべく、これまで各地域において生き残りをかけた開発計画が実施されてきた。しかし現実には、相対的に経済力の大きな都市が活性化に成功する一方、商圏や人口が競合関係のある都市に逆に吸い上げられる衰退地域も見られるなど、開発政策の波及効果には明暗が現れている。本稿では、都市・地域開発プロジェクトとして、地方公共財の性格を強く持つ社会的共通資本である道路・港湾等の交通関連施設を中心にとりあげる。そして開発投資効果が面的広がりの中で輸送機会費用と都市生産関数を通じて都市経済に波及するメカニズムをモデル化し、都市・地域間の経済格差に及ぼす現実の動きの背景を明らかにすることを目的とする。そこでは開発プロジェクトによってもたらされる輸送機会費用の低下と都市生産関数の上方シフトに代表される経済効果が、関連する地域に分散して地域間格差の縮小・均衡に働くケースや、逆に特定地域に集中して相対的に格差が拡大する方向に働くいわゆるストロー効果をもたらすケースに着目する。以下ではまず都市経済に働くこうした経済メカニズムを、規模の経済の観点から説明した従来の都市経済モデルを概観する。そして地方公共財と収穫逦減生産関数を導入した新たな都市モデルを構築して、効用と生産を最適化することにより都市開発効果を整合的に評価する理論を展開する。最後に、ここで得られた理論分析から数値解析により最適解を求め、開発効果の分かれるケースを跡付けていくこととする。

2. 都市経済モデルにおける輸送機会費用と生産関数

都市において規模の経済が働く範囲は広い。特定地域に企業および人口が集中し始めると、産業の特化あるいは中間投入財の外注・分業が可能となり、また需要の多様化・安定化ともあいまって、新しい企業・産業の発生と雇用機会の増大を誘発し、さらにその地域に企業・人口が集中することになる。特に経済的に相互関連を持つ複数都市間で規模の経済が働く場合においては、都市間均衡は不安定化し、経済力の一極集中をもたらすことが知られている。

2 都市における社会的人口移動モデルにおいては Stiglitz (1977) 他でも分析されているが、そこでは人口に対する間接効用関数の形状で規模の経済の有無をとらえ、それら両都市の効用関数が交差するときの地域選択問題から人口の分散・集中と均衡解の安定・不安定が論じられている。これに対して、財の生産に規模の経済を導入すると共に輸送機会費用を明示的に取り上げ、その相互作用によって都市経済における分散・集中の市場メカニズムを分析しようとする試みがなされてきた。規模の経済と輸送機会費用が都市経済に分散・集中をもたらす要因を単純化すると表 1 のように要約される。

例えば企業のケースでは、生産財の輸送費用が高く・生産において規模の経済が小さい場合は需要に近い所に分散して生産を行うが、輸送費用が低く・生産に規模の経済が大きい場合は原材料調達等も勘案して一箇所に集中して生産を行うことが有利になることがあげられる (Krugman,1991)。

表 1：規模の経済と輸送機会費用による経済力の分散・集中

		規模の経済	
		大	小
輸 送 機 会 費 用	高い		分散
	低い	集中	

ここでは都市におけるこうしたメカニズムを分析する方法の代表として、藤田・クルグマン・ペナブルズ (2000) による空間経済モデルを概観する。藤田 et al.モデルでは、輸送機会費用は外生変数とし、都市の集計生産関数は収穫通増の形で規模の経済を表し、地域住民の効用を最大化するモデルを構築する。概要は以下のとおりである。

地域数： $s=1,R$

s 地域における工業品消費（需要）量： M_s 、財の種類： N_s 、財の生産価格： P_s

s 地域における所得： Y_s 、消費者の効用： U_s

r 地域から s 地域に移送した工業品の量： m_{rs} 、輸送費用： T_{rs} （氷塊輸送）

各地域の農産物消費は自給自足で一定： A 、農産物価格： P_a

とくと、地域 s の消費者行動は、すべての財が同一の生産技術と価格を持つものと想定して、次の式で表される。

$$\text{Max: } U_s = M_s^\mu A^{1-\mu} \quad (s=1,R) \quad 1 > \mu > 0$$

$$\text{st. } M_s = [\sum_r N_s m_{rs}^\rho]^{1/\rho} \quad 1 > \rho > 0$$

$$Y_s = P_a A + \sum_r P_r T_{rs} N_s m_{rs} \dots\dots\dots (i)$$

制約条件付き効用最大化から、以下の関係式が得られる。

$$G_s = [\sum_r N_r (P_r T_{rs})^{\rho/(\rho-1)}]^{(\rho-1)/\rho} \dots\dots\dots (ii)$$

$$A = (1-\mu) Y_s / P_a$$

$$M_s = \mu Y_s / G_s$$

$$m_{rs} = \mu Y_s (P_r T_{rs})^{1/(\rho-1)} G_s^{\rho/(\rho-1)}$$

s 地域 ($s=1,R$) に財を供給する r 地域の生産量 q_r は、サミュエルソンの氷塊輸送の考え方を用いて、以下のように表される。

$$q_r = \sum_s m_{rs} T_{rs} = \mu \sum_s Y_s P_r^{1/(\rho-1)} G_s^{\rho/(\rho-1)} T_{rs}^{1/(\rho-1)}$$

一方、生産者行動について、 r 地域の必要労働投入量を固定費用 F と可変費用 c を所与として $F+cq_r$ で表すことで規模の経済をモデル化すると、企業の利潤は名目賃金率を W_r として $P_r q_r - W_r (F+cq_r)$

となる。ここで規模の経済を想定していることから、利潤最大化の限界条件は成立しない。このことからセカンドベスト解として独占競争のラムゼイ価格 $Pr=cWr/p$ を用い、これを消費者行動から得られた qr に代入して次の賃金関数を得る。

$$Wr = (p/c) [(\mu/qr) \Sigma YsGs^{p'} Trs^{1/(p-1)}]^{(1-p)}$$

生計費指数（実質賃金デフレーター）は $Gr^{\mu}Pa^{1-\mu}$ であるところから、次の実質賃金決定式が求まる。

$$wr = (p/c) [(\mu/qr) \Sigma YsGs^{p'} Trs^{1/(p-1)}]^{(1-p)} / (Gr^{\mu}Pa^{1-\mu}) \dots\dots\dots (iii)$$

ここで藤田 et al.では、分析を単純化して2都市・2財モデルに限定する。上記（i）、（ii）、（iii）式のパラメーターを規準化し、外生変数である都市間輸送機会費用を与えてケース分けを行い、実質賃金率を求める。そして賃金格差により地域間人口移動が発生する動学方程式を追加導入して、規模の経済と輸送機会費用との相対的關係から、都市間人口が一極に集中したり両都市に分散したりするメカニズムを分析している。

3. 都市開発モデルの構築

長期にわたる都市発展において、規模の経済が都市経済に内在することは一般に認められているところである。しかし都市の経済モデルとして集計生産関数の中に規模の経済を直接ビルトインしてしまうと、理論分析において各種やっかいな問題を引き起こすことになる。例えば都市間の経済関係は短期的にも不安定化し、最適化の限界条件は都市において最大化すべき利潤をマイナスとし、均衡が成立しなくなる。理論面からこうした問題を避けるためには何らかの形で外生的に一括補助金を与えるか、藤田 et al.のモデルで取られているように企業行動からセカンドベスト解を求め、別途求める消費者効用最大化条件に代入する方法がとられる。

しかし都市内および都市間における経済変数の働きは短期では安定しており、都市の生産関数は与えられた期間において収穫逓減条件を満たしているが、長期的には都市開発効果により生産・輸送等の構造が変化し、その結果、人口が増加して効用・生産も上昇すると考えることも出来る。このため本稿では、地域経済活性化を図り都市間格差を縮小するための開発投資に着目し、交通関連施設を中心とした開発投資が輸送機会費用の低下と同時に都市における生産関数のシフトをもたらす相互関係から、都市経済の活性化を分析することを試みる。そこではこれまでのSolow (1972)、Fisch (1976)をはじめとする都市経済モデルに基づいて人口とスペースを含む理論モデルを考察するが、規模の経済を持った一本の長期都市生産関数をモデル化してその関数上で均衡点が開発効果により移動する考え方はとらず、Atkinson・Stiglitz (1980) に代表される地方公共財理論を援用して都市開発投資による地方公共財の供給モデルを構築し、その波及効果に伴い長期的に生産関数は収穫逓減を保ちながら上方にシフトするものとして分析をおこなった。すなわち図1に見るように、開発投資による生産関数シフトの結果、新しい均衡点の推移をプロットすると、都市における長期の規模の経済が時系列で

点線として出現することになる。

生産関数をこのように想定するメリットとしては、理論と現実経済の適合性にとどまらず、消費者（住民）の効用を最大化する最適解を整合的に求めることができることにある。ここでは規模の経済は、都市開発プロジェクト実施前と後の生産関数の上方シフトという形でモデル化されている。関数シフトを与え

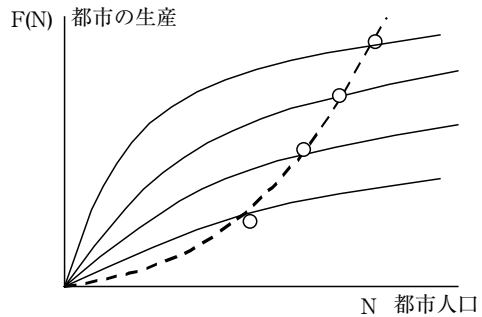


図1 収穫逓減生産関数の識別性と都市の規模の経済

られたとき、新たな均衡解として求められる都市人口が、都市開発効果の結果、それ以前と比較して一極集中する方向に変化するのか両都市に分散して均衡する方向に向かうのかを見ることによって、開発プロジェクトの効果を「集中・分散」にケース分けする。なお、藤田等の先行研究と本モデルとの主要な相違点をまとめると、以下のとおりである。

先行研究＝規模の経済を収穫逓増でビルトイン、輸送機会費用は外生変数

本モデル＝収穫逓減とし生産関数のシフト幅を外生変数、輸送機会費用は内生変数

（１）理論モデルの前提

まず以下で理論的に取り扱う地域・都市について概観しておく。ここでは分析地域の数を一一般化して展開することはせず、モデルの操作性を勘案して、初めから２都市によって構成される経済を対象とする。２都市のイメージとしては、海を挟んで対峙する２つの半円形平面都市（以下では都市名を都市１・都市２と称する）を考える。両都市間の実距離は一定で、経済的に相互関連を持っており、都市１の人口を N_1 および都市２の人口を N_2 （添字は地域名を示す、以下同じ）で表わし、両都市の人口合計は一定 N とする。すなわち分析の便宜上、人口移動は主に両都市の間で自由に（費用ゼロで）発生し、その他地域間との流出入は発生するもののネットでゼロとする。また単純化のため両都市ともに労働力率を１とする。両都市はそれぞれ単一中心地（CBD）を有し、そこで同種私的財を生産すると同時に財の移出入拠点となっている。自然制約条件等から都市２の労働生産性の方が都市１のそれよりも大きく、歴史的に都市２が大規模地域で都市１が小規模地域となっているケース（ $N_1 < N_2$ ）を想定する。逆の場合でも、以下の議論の一般性は失われない。生産関数は労働（ N_i ）と資本（ K_i ）を説明変数として収穫逓減する $f_i(N_i, K_i)$ $i=1,2$ の形で表されるが、人口移動を分析の中心とするところから資本は所与とし、以下では労働だけで議論する。また都市の土地スペースは平面で所与と想定し、道路その他公共施設の面積も経済メカニズムの外から与えられ、残りのスペースを住宅利用に当てるものと単純化する。当初、両都市の間では輸送費用が高く財の交易が発生せず、自給

自足経済で均衡が成立している。ここで都市の活性化を図るため、都市開発として両都市に亘る輸送関連施設を中心とした地方公共財投資が実施される。イメージとしては両都市の CBD を結ぶ連絡橋が建設されて輸送機会費用が低下し、その結果、2都市間で財の交易が行われる場合を考える。このとき財市場においては、各都市生産量の合計が両地域住民と地方公共財および輸送費用によって消費されつくされるものとする。すなわち2都市以外からの財の移出入は発生するが、2都市合計の交易収支は常に均衡しているものとする。

(2) 都市開発前の都市間均衡モデル

都市1の生産を $f_1(N_1)$ 、都市2の生産を $f_2(N_2)$ と表わす。それぞれの都市における単一中心地点(生産拠点)からの距離を適当な単位で測って x とし、その地点における人口分布を $ni(x)$ 、一人当たり私的財消費量を $ci(x)$ $i=1,2$ とすると、両都市における交易前の財の需給バランスは、便宜的に連続形で表記して、それぞれの地域の市場で次のように表わされる。なお都市の境界は一定とし、積分記号 \int の区間記載は省略する(以下同じ)。

$$f_i(N_i) = \int ni(x)ci(x)dx \quad i=1,2 \quad \text{①、②}$$

このとき地点別人口分布と都市の人口合計との間には次の関係が成り立つ。

$$N_i = \int ni(x)dx \quad i=1,2 \quad \text{③、④}$$

$$N_1 + N_2 = N : \text{一定、ただし } N_1 < N_2 \quad \text{⑤}$$

都市の宅地スペースは、線形都市モデルの前提にならない立地点と独立にそれぞれ Si ($i=1,2$) で与えられており、中心地点からの距離によって変化しないものと単純化する。円形都市モデルで計算しても以下の議論に変化は無い。すなわち任意地点 x における一人当たり居住スペース $si(x)$ と人口分布 $ni(x)$ との関係は、次のように表わされる。

$$Si = ni(x)si(x) \quad i=1,2 \quad \text{⑥、⑦}$$

都市住民の効用は、居住地点 x における一人当たり私的財消費量と居住スペースから受ける満足度で構成されており、両都市とも同じ型とする。なお居住スペース $si(x)$ は同時に、 x 地点における混雑度(の逆数)を示す変数でもある。自由に居住地点を移ることが可能な状況の下で、これ以上人口移動が生じない均衡状態では、都市間および地域内すべての地点において効用水準が均等化していることから、次の関係が成立する。

$$U = u(c_1(x), s_1(x), x) = u(c_2(x), s_2(x), x) \quad \text{⑧、⑨}$$

都市開発が実施され地方公共財が供給される前には、それぞれの都市において市場が独立に形成され、自給自足状態の下で両都市住民の効用 U が最大化されて均衡している状況を想定する。このとき両都市の効用を等しくかつ最大化する各変数の最適な組み合わせは、以上①から⑨の制約条件の下で、次のラグランジュ方程式 L_1 を解くことによって求めることができる。ただし $\lambda_i(x)$ 、 pi 、 $ri(x)$ 、 wi 、

w ($i=1,2$) はラグランジュ乗数であり、それぞれ効用・生産・土地利用・労働の制約条件が変化したときのシャドープライスを意味する。

$$\begin{aligned} L_1 = & U + \int \lambda_1(x)[u(c_1(x), s_1(x), x) - U]dx + \int \lambda_2(x)[u(c_2(x), s_2(x), x) - U]dx \\ & + p_1[f_1(N_1) - \int n_1(x)c_1(x)dx] + p_2[f_2(N_2) - \int n_2(x)c_2(x)dx] \\ & + \int r_1(x)[S_1 - n_1(x)s_1(x)]dx + \int r_2(x)[S_2 - n_2(x)s_2(x)]dx \\ & + w_1[\int n_1(x)dx - N_1] + w_2[\int n_2(x)dx - N_2] + w[N - N_1 - N_2] \end{aligned}$$

以下の分析の都合上、初期状態（都市開発前）における2都市間の相対価格を τ とし、両都市の財のラグランジュ乗数を $p_1=p$ 、 $p_2=p\tau$ とおく。このラグランジュ方程式を各変数について偏微分してゼロとおき整理すると、次の関係式が得られる。ただし式の展開において効用の限界代替率を表記するときの効用関数 $u(c_i(x), s_i(x), x)$ $i=1,2$ については、関数の説明変数（構成要素）を省略してすべて u で表してある（展開の詳細は小川（1992,2005）参照）。

$$\int n_1(x)/(\partial u/\partial c_1(x))dx + \tau \int n_2(x)/(\partial u/\partial c_2(x))dx = 1/p \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \partial f_1(N_1)/\partial N_1 - [c_1(x) + s_1(x)(\partial u/\partial s_1(x))/(\partial u/\partial c_1(x))] \\ - \tau [\partial f_2(N_2)/\partial N_2 - (c_2(x) + s_2(x)(\partial u/\partial s_2(x))/(\partial u/\partial c_2(x)))] = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

ここで両都市における人口移動の結果、効用 U を最大化する最適変数の組み合わせを保ちながら、各変数がそれぞれの地点でどのように変化するかについて調べる。①から⑨式を各変数で全微分し、 $dc_1(x)$ 、 $dc_2(x)$ 、 $ds_1(x)$ 、 $ds_2(x)$ を消去、効用 U と賃金率 w_1 、 w_2 は地点 x の変化に対して独立であること、さらに⑩式を利用することにより、次の式がえられる。

$$\begin{aligned} dU/p = & [\partial f_1(N_1)/\partial N_1 - \{c_1(x) + s_1(x)(\partial u/\partial s_1(x))/(\partial u/\partial c_1(x))\} \\ & - \tau \{\partial f_2(N_2)/\partial N_2 - (c_2(x) + s_2(x)(\partial u/\partial s_2(x))/(\partial u/\partial c_2(x)))\}] dN_1 \end{aligned}$$

この式は包絡線定理と呼ばれるものであり、 $[] dN_1$ 内は人口（労働）変化による均衡を示す⑪式と同じである。すなわち N_1 の増加に伴い上記 $[]$ 内の値がプラスからマイナスに変化する所で効用 U は最大化され、 N_1 の動きにより最適な地域間構造を与えるパラメータの組み合わせが達成されることが分かる。

（３）都市開発と地方公共財供給

上の2都市からなる経済において、開発プロジェクトとしての地方公共財が供給されたことにより、従前と比べて都市間輸送の機会費用が安くなり、財の交易が発生すると共に生産関数が上方シフトするケースを次に考える。すなわち都市間の交易で小規模地域が活性化することを目的とした輸送関連プロジェクトにより、生産関数がシフトするとともに私的財消費の変化と都市間の人口移動が発生し、最終的には都市間の効用が再び等しくなったところで均衡することになる。なお2都市における財の都市間輸送費用には、氷解輸送の概念を用いる。

地方公共財供給による影響をモデル化する場合、上記「都市開発前ケース」との相違点は、生産関数が $f_1(N)$ から $F_1(N)$ にシフトし、地方公共財 V の供給効果とそれに伴う輸送機会費用関数 $t(V)$ および地方公共財供給費用関数 $G(V)$ が新たに制約条件に加わることである。すなわち上記の⑧および⑨の効用関数は次のようになる。なお以下の式の番号におけるアポストロフィー'マークは、都市開発前ケースでの関連した式番号に対応していることを示す。

$$U=u(c_1(x), s_1(x), V, x)=u(c_2(x), s_2(x), V, x) \quad (8)', (9)'$$

また財の需給バランスについては、輸送機会費用低下による財の交易から、2地域統合された単一価格の市場が形成される。このとき生産された財は、都市2の余剰が都市1へ輸送される過程でサミュエルソンのアイスバーグの意味で $1 > t(V) > 0$ の比率で輸送費用として消えていき、それ以外が私的財の最終消費および私的財単位で測った地方公共財供給コストに充当される。この結果、都市開発前モデルの①②式は、次の①'式に一体化されることになる。

$$F_1(N_1) - \int n_1(x) c_1(x) dx + t(V) [F_2(N_2) - \int n_2(x) c_2(x) dx] = G(V) \quad (1)'$$

ここでは $t(V) = (V + \tau) / (V + 1)$ とおく。すなわち V が十分大きいときには $t(V) = 1$ すなわち輸送費用 $1 - t(V)$ はゼロに近づく。一方 $V = 0$ (都市開発前) のときは2地点間に財の移動がない都市開発前モデルに帰着し、相対価格が τ となる。①'⑧'⑨'以外は基本ケースと同じであり、このことから以下のラグランジュ方程式が得られる。

$$\begin{aligned} L_2 = & U + \int \lambda_1(x) [u(c_1(x), s_1(x), V, x) - U] dx + \int \lambda_2(x) [u(c_2(x), s_2(x), V, x) - U] dx \\ & + p [F_1(N_1) - \int n_1(x) c_1(x) dx + t(V) (F_2(N_2) - \int n_2(x) c_2(x) dx) - G(V)] \\ & + \int r_1(x) [S_1 - n_1(x) s_1(x)] dx + \int r_2(x) [S_2 - n_2(x) s_2(x)] dx \\ & + w_1 [\int n_1(x) dx - N_1] + w_2 [\int n_2(x) dx - N_2] + w [N - N_1 - N_2] \end{aligned}$$

U を最大化するため上の式を各変数について解くと、次の関係式が得られる。

$$\int n_1(x) / (\partial u / \partial c_1(x)) dx + t(V) \int n_2(x) / (\partial u / \partial c_2(x)) dx = 1/p \quad (10)'$$

$$\begin{aligned} \partial F_1(N_1) / \partial N_1 - [c_1(x) + s_1(x) (\partial u / \partial s_1(x)) / (\partial u / \partial c_1(x))] \\ - t(V) [\partial F_2(N_2) / \partial N_2 - (c_2(x) + s_2(x) (\partial u / \partial s_2(x)) / (\partial u / \partial c_2(x)))] = 0 \end{aligned} \quad (11)'$$

$$\begin{aligned} \int n_1(x) (\partial u / \partial V) / (\partial u / \partial c_1(x)) dx + \int n_2(x) (\partial u / \partial V) / (\partial u / \partial c_2(x)) dx \\ + (\partial t(V) / \partial V) [F_2(N_2) - \int n_2(x) c_2(x) dx] = \partial G(V) / \partial V \end{aligned} \quad (12)$$

前節のモデルには無かった地方公共財 V と⑫式が追加されることにより、両都市で等しい効用を最大化する、新たな均衡における各変数の値を求めることができる。

(4) 開発投資前の最適都市構造

ここで両都市における開発投資実施前の面的最適構造について見てみる。効用関数 (⑧'⑨'あるいは⑧' ⑨' 式) および人口と一人当たりスペースの関係 (③④式) から、地点 x が変化したときの関

係式が次のように求められる。ただし $\partial V/\partial x=0$

$$(\partial u/\partial c_i(x))(dc_i(x)/dx) + (\partial u/\partial s_i(x))(ds_i(x)/dx) + (\partial u/\partial x)=0$$

$$n_i(x)(ds_i(x)/dx) + s_i(x)(dn_i(x)/dx)=0 \quad i=1,2$$

また人口移動自由という条件の下で、各地点における人口分布 $n_i(x)$ が変化するとき効用 U を最大化する条件、すなわちラグランジュ方程式を $n_i(x)$ で偏微分することから、次の所得・支出均衡式が導出される。

$$w_1/p = c_1(x) + s_1(x)(r_1(x)/p) \quad (13)$$

$$w_2/p = tc_2(x) + s_2(x)(r_2(x)/p) \quad (14)$$

⑬⑭式から、地点 x が変化したときの関係式が得られる。ただし $\partial t/\partial x=0$

$$d(w_1/p)/dx = dc_1(x)/dx + (r_1(x)/p)(ds_1(x)/dx) + s_1(x)(d(r_1(x)/p)/dx)=0$$

$$d(w_2/p)/dx = tc_2(x)/dx + (r_2(x)/p)(ds_2(x)/dx) + s_2(x)(d(r_2(x)/p)/dx)=0$$

ここで限界代替率が相対価格に等しくなる関係から、次の地代関数が得られる。

$$s_i(x)(d(r_i(x)/p)/dx) = \partial u/\partial x < 0 \quad i=1,2$$

すなわち、両都市の地代は地域の中心部で高く、周辺部に移るに従い低くなることがわかる。その他の変数については関数を特定化しないと地域構造は決定しないが、都市の中心に近いほど一人当たり消費が大きく中心から離れるに従い消費が小さくなる場合 $dc_i(x)/dx < 0$ には、両地域ともに一人当たりスペースは中心で狭く・郊外で広く $ds_i(x)/dx > 0$ となり、人口分布は中心で高く・郊外に移るにしたがって低く $dn_i(x)/dx < 0$ となる関係が得られることが分かる。

(5) 開発投資の効果把握と資本化理論

⑫⑬式と効用関数⑧' ⑨' の合計 4 本において、都市開発投資としての地方公共財 V が変化 (V に関して全微分) したとき、各変数への影響を求める。効用を最大化する均衡点では、 $dU/dV=0$ かつ私的財価格と地代の相対価格は両財の限界代替率に等しいことを利用すると、次の式が得られる。

$$(\partial u/\partial V)/(\partial u/\partial c_1(x)) = s_1(x)d(r_1(x)/p)/dV - d(w_1/p)/dV$$

$$t(V)(\partial u/\partial V)/(\partial u/\partial c_2(x)) = s_2(x)d(r_2(x)/p)/dV + c_2(x)dt(V)/dV - d(w_2/p)/dV$$

この式は、一般に把握が難しくフリーライダーの発生する余地の大きい地方公共財の供給効果が、具体的に把握しやすい代理変数である地代変化と実質賃金率変化の差で表されることを示している。すなわち、各地点における地方公共財供給の効果はすべて実質地代と実質賃金率の変化に資本化(体化)されていることになり、開発利益の評価を客観的な数値で把握することが可能となる。

ここで地方公共財供給による実質賃金率の変化が、両都市で同じ

$$d(w_1/p)/dV = d(w_2/p)/dV$$

とすると、地方公共財供給による両都市の効用変化(限界代替率)の差は次のようになる。

$$(\partial u / \partial V) / (\partial u / \partial c_1(x)) - t(V) (\partial u / \partial V) / (\partial u / \partial c_2(x)) \\ = s_1(x) d(r_1(x)/p) / dV - s_2(x) d(r_2(x)/p) / dV - c_2(x) dt(V) / dV$$

いま $t(V) = (V + \tau) / (V + 1)$ とおいていることから、 $t(V)$ と V の間には次の関係が存在する。

$$1 > t(V) > 0 \quad \text{かつ} \quad dt(V) / dV = (1 - \tau) / (V + 1)^2 > 0$$

したがって、地方公共財供給による両都市の地代変化の間に次の大小関係があるとき

$$s_1(x) d(r_1(x)/p) / dV < s_2(x) d(r_2(x)/p) / dV$$

両地域における地方公共財供給による効用変化は、次のように表される。

$$(\partial u / \partial V) / (\partial u / \partial c_1(x)) < t(V) (\partial u / \partial V) / (\partial u / \partial c_2(x)) < (\partial u / \partial V) / (\partial u / \partial c_2(x))$$

このことは、計測困難な地方公共財供給による効用の改善が地代変化の大小関係で把握されることを意味している。

4. 都市開発モデルの数値解析分析

以上、一般的な関数型を想定して、開発プロジェクトとしての地方公共財供給と都市経済活性化について見てきた。ここで理論モデルにおける最適解を求めるため、各関数とパラメーターに具体的な型と値を与える。

(1) 関数型の特定化

効用関数を次のように特定化する。

$$U = c_i(x)^\alpha s_i(x)^\beta x^{-\beta} + V^\gamma \quad i=1,2 \quad \alpha > 0 \quad \beta > 0 \quad \alpha + \beta = 1 \quad \gamma > 0$$

私的財消費を指数形で効用関数に取り入れることにより、 $c_i(x)$ は立地点 x に関して独立となる。また $s_i(x) = x / N_i$ と特定化することにより、以下の式の展開が容易になる。これは数値解析のための便宜的制約であり、あるいは効用関数を

$$U = c_i(x)^\alpha s_i(x)^\beta + V^\gamma \quad i=1,2 \quad \alpha > 0 \quad \beta > 0 \quad \alpha + \beta = 1 \quad \gamma > 0$$

と定式化しても、同じ結論となる。

生産関数のパラメーターについては生産要素を労働力のみで表し、歴史的・地理的条件から都市2を大規模人口地域と想定しているところから、次のようにおく。

$$\text{都市開発前ケース: } f_i(N_i) = \delta_i N_i^\epsilon \quad \delta_2 > \delta_1 > 0, \quad 1 > \epsilon_2 > \epsilon_1 > 0$$

$$\text{都市開発ケース: } F_i(N_i) = \delta'_i N_i^{\epsilon_i} \quad \delta'_2 > \delta'_1 > 0, \quad 1 > \epsilon_2 > \epsilon_1 > 0$$

ただし生産関数の上方シフトを反映して $\delta'_i > \delta_i \quad i=1,2$ とする。

また地方公共財供給関数を次の式で表す。 $G(V) = V^g \quad g > 1$

さらに単純化のため $N=1$ 、 $S_1=S_2=1$ とおく。1 以外でも定数であれば一般性を失わない。これらの特定化された関数をそれぞれ前節までの式に適用することにより、両地域における初期状態（都市開

発前モデル)と、地方公共財供給による輸送機会費用低下後の地域経済(都市開発モデル)の最適人口 N_1 を比較する。

以上からまず都市開発前ケースにおいて、地域間・立地間での効用均等、各市場における財の需給バランスから、次の式がえられる。

$$\delta_1^{\alpha} N_1^{\alpha(\varepsilon_1-1)-\beta} = \delta_2^{\alpha} N_2^{\alpha(\varepsilon_2-1)-\beta}$$

この式から次の $\varphi_1(N_1)$ をゼロにする N_1 を逐次近似計算で求める。

$$\varphi_1(N_1) = \delta_1^{\alpha} N_1^{\alpha(\varepsilon_1-1)-\beta} - \delta_2^{\alpha} (1-N_1)^{\alpha(\varepsilon_2-1)-\beta}$$

このとき τ は以下の式からえられる。

$$\tau = \delta_1(\varepsilon_1-1/\alpha) N_1^{\varepsilon_1-1} / \delta_2(\varepsilon_2-1/\alpha) N_2^{\varepsilon_2-1}$$

また包絡線定理の[]内は、この τ の値の下で

$$\text{Env}(N_1) = \delta_1(\varepsilon_1-1/\alpha) N_1^{\varepsilon_1-1} - \tau \delta_2(\varepsilon_2-1/\alpha) N_2^{\varepsilon_2-1}$$

と表される。

次に都市開発に伴う輸送費用低下後の地域経済においては、①'と①'から

$$c_1 = \delta_1'(N_1 + \alpha \varepsilon_1 N_2) N_1^{\varepsilon_1-1} + \delta_2'(1 - \alpha \varepsilon_2) N_2^{\varepsilon_2} (V + \tau) / (V + 1) - V^g$$

同様に①'から

$$c_2 = \alpha \delta_2' \varepsilon_2 N_2^{\varepsilon_2-1} + (c_1 - \alpha \delta_1' \varepsilon_1 N_1^{\varepsilon_1-1}) / t(V)$$

一方②'より次の式が求まる。

$$\varphi_2(N_1, V) = (\gamma/\alpha) c_1^{1-\alpha} N_1^{1+\beta} V^{\gamma-1} + (\gamma/\alpha) c_2^{1-\alpha} N_2^{1+\beta} V^{\gamma-1} + (\delta_2' N_2^{\varepsilon_2} - N_2 c_2) (1 - \tau) / (V + 1)^2 - g V^{g-1}$$

この $\varphi_2(N_1, V)$ をゼロにする N_1 を、逐次近似計算で求める。

(2) パラメーターの特定とストロー効果

ここでさらに上記の関係式と条件を満たしたパラメーターの値を具体的に与えて、都市開発前ケースと開発後ケースの解を求める。効用関数と地方公共財供給関数については、両ケースとも同じパラメーターを持つものとして $\alpha=0.4$ $\beta=0.6$ $\gamma=0.01$ $g=2.0$ とおく。人口移動による混雑の評価を重視するため、効用関数の居住スペースの係数(限界代替率)を0.6と想定しているが、逆に0.4としても議論の方向性に変更はない。一方、生産関数では両都市ともに規模の経済をもっていないが、都市2の方が労働生産性の高い状況を想定して $\delta_1=1.0$ $\delta_2=1.2$ $\varepsilon_1=\varepsilon_2=0.9$ とおき、生産関数シフトとして $\delta_2' > \delta_2$ の条件でパラメーター δ_2' を変化させて数値計算をおこなった。

まず都市開発前ケースとして、生産関数のパラメーターを $\delta_1=1.0$ 、 $\delta_2=1.2$ と与え、このときの最適解を $\varphi_1(N_1)=0$ となる近似計算で求めると、付表-A のようになる。すなわち $N_1=0.4715$ (都市1の人口比率は0.4715) となり、これを横軸に生産関数のパラメーターの差 ($\delta_2-\delta_1$)、縦軸に都市1の人口(比率) N_1 をとって図2にプロットすると、A点となる。このとき大規模都市2の人口比率 N_2 は

0.5285 となり、両都市の効用水準は $U=1.6168$ で均衡していることがわかる。

次に都市開発（地方公共財供給 $V>0$ ）で輸送費用が低下したときのパラメターの組み合わせを与える。はじめに対比のため、生産関数が都市開発前ケースと比較して変化（シフト）しなかった場合を考える。すなわち生産性格差に変化が無く、パラメターは初期条件のまま $\delta_1=\delta_1'$ 、 $\delta_2=\delta_2'$ であるとき、開発後の最適解を $\varphi_2(N_1, V)=0$ で求めると $N_1=0.4735$ となる。このことから開発前ケースより都市 1 の人口比率が上昇していることが分かる（付表－B）。これを図 2 に示すと B 点となる。このときの輸送費用は 0.1435 に低下し、また両都市の効用も等しく $U=2.5888$ と向上するなど、当初目的の地域活性化が達成されると共に都市間均衡の方向に移行する姿が認められる。

都市開発で輸送費用が低下すると共に大都市の生産関数が上方シフトした（生産性格差が生じた）場合を考える。このとき都市間の人口比率が開発投資前の $N_1=0.4715$ と変化がない条件の下で最大の $\delta_2'-\delta_1$ の差を求めると、付表－C から 0.226 となる。この関係を図 2 にプロットすると C 点となる。すなわちこれ以上格差が広がると、都市 1 の人口比率が低減して逆に都市 2 に人口集中する点（ブレイクポイント）となることを意味している。

同様に、都市開発前の生産関数のパラメターを $\delta_1=1.0$ 、 $\delta_2=1.3$ とおき、上のケースよりも格差の大きい場合（ $\delta_2-\delta_1=0.3$ ）の均衡解を求める。このとき都市開発前の当初の都市 1 人口比率は、格差を大きく想定しているため $N_1=0.4595$ と低い状態にあることがわかる（図 2 の D 点）。この場合でも、都市開発後において生産関数にシフトがないと想定しても $N_1=0.4615$ となり（同 E 点）、D 点の状態と比較して相対的に都市間人口は均等化する方向に動いている。さらに都市 1 の人口を $N_1=0.4595$ で不変とする最大の生産関数シフト幅を求めると $\delta_2'-\delta_1=0.332$ となり（同 F 点）、これ以上差が広がると都市 1 の人口比率が低下してしまうことが分かる。

その他、外生変数である生産関数のシフト・パラメターを各種動かして最適解における都市間人口比の推移を求めると、図 2 に見るように都市開発前ケースは実線で表され、開発後のケースでは点線で表される。すなわち理論モデルを利用した数値解析に基づき、地方公共財供給による生産関数のシフトが図 2 の実線と点線以内に留まる状況であれば、地域活性化をめざした開発投資の効果により小規模地域の活性化を促進することになる。しかし両都市生産関数のシフト格差が点線よりも

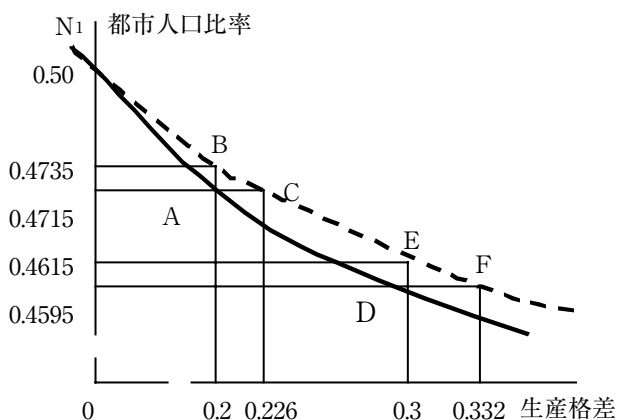


図 2：生産関数シフト格差と都市人口比率

大きくなってしまう場合には、逆に大規模な地域に人口を集中する方向に働き、ストロー効果発生を誘発する結果となることが分かる。

5. おわりに

以上、地方公共財供給による地域活性化とストロー効果の発生するケースを中心に、開発プロジェクトが都市・地域経済へ波及するメカニズムについて見て来た。地理的・歴史的な条件から一方の地域の経済が相対的に大きい場合、その状態がもたらされたのは、その他都市と比較して一般的にこれまで開発投資に感応度の高い産業構造をその都市・地域が持ってきた結果であるともいえよう。このことから、都市開発の効果による大規模都市の生産関数の上方シフトは大規模都市の方が大きいものと予想される背景ともなっている。このため都市間格差の存在する経済構造の下で、地方公共財（交通関連施設）の供給がなされると、生産性格差は拡大する可能性が大きいかもしれない。しかしそのシフト幅が一定の範囲内に留まる場合であれば、小規模地域の活性化が達成される（開発投資が都市間均衡を達成する幅が広い）ことが数値計算結果から分かった。一方、格差が例えば図2の点線であるブレイクポイントを超えて広がると逆に、規模の小さな地域は生産関数のシフトの差から大規模地域に吸収されるストロー効果の発生する可能性が生じる状況を見た。しかしストロー効果が生じる場合でも現実的には、地域で必要とされる社会的共通資本の便益が環境コストも含めた供給総費用を上回る限り、当該地域の効用・便益も増大していることは数値解析でも確かめられた。人口流出の続く小規模地域にとっては、都市開発として住民のニーズに合致した良質な地方公共財を供給することにより、多様化する価値観のもとで地域に住むことの満足感を高める努力が今後一層求められることになる。

なお今回のモデルでは、都市開発にともなう生産関数のシフトは外生的に与えた。これを $F(N,V)$ という形で生産関数の中に地方公共財を直接導入して内生化することは可能であるが、この場合もパラメターの与え方によっては結論の方向性としては大差ない結果となる。現実の政策提言に結び付けようとする、実証分析で具体的な都市の経済構造をデータから把握する努力が不可欠であるが、効用関数の計測と共に都市の短期生産関数を識別することの難しさもあり、今後さらに解決すべき課題は多い。

付表：数値解析結果

都市開発前	ケース A	$\delta_2=1.2$				
$N_1=$	0.1	0.2	0.3	0.471	0.472	0.5
$C_1=$	1.2589	1.1746	1.1279	1.0782	1.078	1.0718
$C_2=$	1.2127	1.2271	1.2436	1.2789	1.2791	1.2861
$\phi_1(N_1)=$	1.3333	0.8143	0.4693	0.0014	-0.0012	-0.0729
$t(0)=$	1.0381	0.9572	0.907	0.8431	0.8427	0.8333
$u_1=$	4.3652	2.8012	2.1609	1.6191	1.6169	1.5583
$u_2=$	1.1507	1.2408	1.3515	1.6168	1.6188	1.6762
均衡解	$V=$	0	$N1=$	0.4715	$\tau =$	0.8429
都市開発後	ケース B	$\delta_2=1.2$				
$N_1=$	0.1	0.2	0.3	0.473	0.474	0.5
$C_1=$	1.1231	1.1024	1.0908	1.0749	1.0748	1.0724
$C_2=$	1.2187	1.2351	1.2472	1.2626	1.2627	1.2646
$\phi_2(N_1, V)=$	0.0628	0.036	0.0168	5E-06	-3E-05	-0.0008
$u_1=$	5.147	3.7076	3.1089	2.5897	2.5876	2.5354
$u_2=$	2.1297	2.2207	2.3298	2.5889	2.5908	2.6416
均衡解	$V=$	0.0946	$N1=$	0.4735	$t(V)=$	0.8564
都市開発後	ケース C	$\delta_2=1.226$				
$N_1=$	0.1	0.2	0.3	0.471	0.472	0.5
$C_1=$	1.136	1.114	1.1011	1.083	1.0829	1.0799
$C_2=$	1.2432	1.2582	1.2689	1.2816	1.2817	1.2834
$\phi_2(N_1, V)=$	0.0637	0.0366	0.0171	2E-05	-2E-05	-0.0010
$u_1=$	5.1662	3.7191	3.117	2.5987	2.5966	2.5398
$u_2=$	2.1389	2.23	2.3392	2.5949	2.5968	2.6515
均衡解	$V=$	0.0951	$N1=$	0.4715	$t(V)=$	0.8565

参考文献

- Arnott,R.J. and Stiglitz,J.E. (1979) "Aggregate Land Rents, Expenditure on Public Goods, and Optimal City Size", Quarterly Journal of Economics, Vol.93, No.4, pp.471-500
- Atkinson,A.B. and Stiglitz,J.E. (1980) Lectures on Public Economics, MacGraw-Hill
- Fisch,O. (1977) "Spatial Equilibrium with Local Public Goods, Urban Land Rent, Optimal City Size and the Tiebout Hypothesis", Regional Science and Urban Economics 7, pp.197-216
- 藤田昌久・クルッグマン・ベナブルズ (2000) 「空間経済学」, 東洋経済新報社, 小出博之訳
- Krugman,P. (1991) "Geography and Trade", The MIT Press
- 小川喜弘 (1992) 「都市間の均衡と社会的共通資本」, 宇沢弘文・堀内行蔵編「最適都市を考える」, 東京大学出版会, pp.45-71
- 小川喜弘 (2005) 「地域経済モデルと数値解析分析」, 京都産業大学大学院経済学研究科オープンリサーチセンター DISCUSSION PAPER SERIES No.REGION-12
- Solow,R.A. (1972) "Congestion, Density and the Use of Land in Transportation", Swedish Journal of Public Services,74, pp.161-173
- Stiglitz,J.E. (1977) "The Theory of Local Public Goods", in Feldstein and Inman eds. The Economics of Public Services, MacMillan, London, pp.247-333

An Equilibrium Analysis of Urban Economies with Regional Development Projects — Roles of Transportation Costs and Production Functions —

Yoshihiro OGAWA

Abstract

This Paper describes a general-equilibrium model of urban economies with regional development projects. There are agglomeration externalities in urban economies. It is difficult for urban economic models, with scale economies, to address a maximization problem. In this paper, the standard residential land use model is extended to include transportation costs and well-defined production functions with local public goods. External scale economies are built in the shift of production functions, and the effect of regional development projects on transportation system is analyzed in the local public goods theory. The model is designed for the numerical computation of two-city equilibria and optima, which reveals an equal size population or unequal ‘straw effect’ allocation by the shift of parameters.

Keywords : Local public goods, Scale economies, Production function, Transportation cost, Straw effect