

〔研究論文〕

算数・数学におけるカリキュラム構造の理解とそれを促すための教員研修のあり方について

牛 瀧 文 宏

要 旨

現在、小学校算数から数学への橋渡しについて、問題を抱えている中学校区、自治体は少なからず存在する。そのような現状の打開策として、学校間連携の取り組みやそのための研修が実施されてはいるが、内容的には授業作りや指導法に偏り、教科そのものに基づいた連携の構築が希薄であるという現状がある。本稿ではそのために生じる異校種間での理解のずれを具体例を交えて検証し、それを改善するために、教員が会得すべき教科教育に関する視点として「算数・数学におけるカリキュラム構造の理解」（数学的、発達心理学的側面から、小中高の各指導事項や授業単元の目的とカリキュラム上における位置を理解し、それが潜在的・顕在的にどこから繋がりとどこへ繋がるかを階層的に理解すること）を提案する。そして、具体的な教科連携の問題を題材としたディスカッション形式の研修を実施することで、その理解が促進され、教員および教員集団の指導力向上に結びつくことを、筆者自身の2年間の教員研修開発の実践をもとに明らかにする。

1 はじめに

著者は2004年より大阪府下を中心として、算数・数学の指導力向上を目的とした教員研修を実施してきた。加えて、2006年度と2007年度は独立行政法人教員研修センターからの委嘱事業「教員研修モデルカリキュラム・開発プログラム」で、教員研修の研究開発にも携わるようになった。このプログラムは時代のニーズにあった教員研修の研究開発を目的とする物で、2006年度は東大阪市教育委員会と京都産業大学の連携のもと「算数・数学科における、教員の指導力向上をめざす小・中・高一貫した研修モデルカリキュラム開発プログラム」（研究代表者：文化学部教授西川信廣）を開発し（〔2〕）、2007年度は摂津市教育委員会と京都産業大学の連携のもと「算数・数学科における小・中・高校の教育課程の構造的理解力の向上を目指す研修モデルカリキュラム」（研究代表者：文化学部教授西川信廣）を開発した（〔3〕）。

我々の開発プログラムの採択は、小・中・高一貫した算数・数学教育の構築が現代的教育課題として受け止められたことを意味する物であろう。実際、第2節でみるように、算数から数学に続く小中での科目間連携は必要である。しかし著者は、各種の校内や中学校区での授業研究会における助言指導や、学校間連携を目的とした教員研修会に講師として招かれてきた中で、算数・数学連携に関する誤認や不理解の存在に気が付いた。第3節では、そのような誤認や不

理解の理由背景について考察を加え、解決策としての「算数・数学におけるカリキュラム構造の理解」を定義する。続く第4節ではそれを現実化するための教員研修のあり方と、実際の研修例を紹介する。そして最後の節では、連携に関する研修を実施する側の人たちの参考に供すべく、研修を成功に導くための5箇条を提案して終える。

2 算数・数学における学校間連携

2.1 算数科・数学科というグループ化

一般に、小学校の算数科と中学校以上の数学科は、算数科・数学科または簡単に算数・数学とくくられて呼ばれる。小学校算数科は中学校数学科に続くという見方であろう。しかし、簡単にそういえるのであろうか。

文部科学省の「義務教育に関する意識調査」の中間報告書（平成17年）（[1]）で報告されている小学校4年生から中学校3年生までを対象とした「次の教科や活動の時間がどれくらい好きか」についての質問項目の中で、算数・数学に関する調査結果では次のような結果が報告されている。

選択	小4	小5	小6	中1	中2	中3
とても好き	35.4	22.2	22.1	7.2	9.5	13.7
まあ好き	33.6	28.4	32.9	21.3	27.2	23.0
どちらともいえない	15.6	20.3	22.8	27.4	28.5	26.9
あまり好きではない	9.1	18.0	14.4	26.3	21.2	20.1
まったく好きではない	3.4	9.6	5.9	16.1	12.2	14.9
無答・不明	2.9	1.5	1.9	1.8	1.3	1.4

表1：算数、数学がどれくらい好きか (%)

小学校第6学年から、中学校第1学年の間で、「とても好き」と「まあ好き」が大きく落ち込み、その逆に「あまり好きではない」と「まったく好きではない」の割合が目立って高くなっていることが特徴的である。特に中学生において、「まったく好きではない」が10パーセントを超える値を示していることが目を引く。このことは、小学校の算数と中学校の数学と比べると、「好き」と「好きではない」が入れ替わったような数値傾向にあるとも表現出来る。

ここで、国語、理科、社会に関する同じデータと比較してみたい。その数値の意味するところや、その是非は問わないとしても、小学校第6学年と中学校第1学年の間で激しい数値変化は算数・数学のみに見られることがわかる。

教科	選択	小4	小5	小6	中1	中2	中3
国語	とても好き	13.4	9.3	7.6	5.7	5.1	10.1
	まあ好き	40.6	38.7	38.4	34.2	35.5	33.1
	どちらともいえない	25.2	28.2	31.4	34.8	35.4	29.5
	あまり好きではない	14.5	17.8	18.8	17.6	18.3	19.7
	まったく好きではない	5.4	5.7	3.2	6.3	4.6	7.0
	無答・不明	1.0	0.3	0.7	1.3	1.1	0.7
社会	とても好き	16.6	15.1	19.2	20.1	14.9	10.6
	まあ好き	29.4	28.4	32.6	33.1	31.6	27.3
	どちらともいえない	26.1	26.1	22.1	25.0	29.5	28.5
	あまり好きではない	20.9	22.0	19.1	15.5	16.8	23.5
	まったく好きではない	5.8	7.5	6.3	4.9	6.3	8.9
	無答・不明	1.3	0.9	0.6	1.4	1.0	1.2
理科	とても好き	41.0	25.2	20.2	20.3	17.4	20.1
	まあ好き	34.1	35.0	32.7	34.2	34.7	31.9
	どちらともいえない	14.0	20.5	26.1	26.9	27.7	26.4
	あまり好きではない	6.4	11.5	14.0	10.5	13.3	16.1
	まったく好きではない	2.2	6.2	5.7	5.1	5.2	4.6
	無答・不明	2.3	1.5	1.3	3.1	1.8	1.0

表2：国語、理科、社会がどれぐらい好きか (%)

この結果に対峙するとき、対応として次の正反対の2方向がある。一つは、算数と数学は別の科目であるから、比較すること自体に意味がないという考え方、もう一つは、算数は数学に繋がる科目であるから、このような結果に至るには問題があるという見方である。

この二つの考え方はいずれも正しい見方を含んでいるものの、それだけでは完全ではない。後に詳しく述べるように、算数は数学に繋がる科目ではあるが、数学にのみ繋がる科目ではない。そこに算数と数学の独自性がある。後述するカリキュラム構造からその役割を正しく理解しないと、次に見るような連携に対する誤認が生まれ、関与する教員に不理解が残ることがある。

2.2 現場での取り組みと誤認

実はこのようなデータを見るまでもなく、教育現場では、この「12歳の壁」に対して、連携を通した様々な取り組みが行われている。

筆者は、自治体主導や中学校区単位での連携を標榜した公開授業研究会や研究発表会に、複数の自治体でこれまで何度となく参加してきた。しかし、そこで用いられるのは「算数・数学」

というくくりであって、協議の対象となるのは殆どがその2つの間の教科の連携についてであり、2つの教科の間での要望や反省である。加えて、協議される内容は指導法や指導形態に重点が置かれ、教科理解や教科の繋がりに関するものは殆ど話題に上らない。指導法や指導形態の協議の重要性を否定するものではないし、目の前に児童・生徒がいるという状況の中では、そのようになることも理解出来る。しかし、それだけでは解決出来ない問題も多々存在する。

このような状況下で、「算数・数学」というくくりで自分の所属学校や担当学年のみを基準に、連携についての協議が重ねられたとしよう。連携に携わる小学校と中学校の教員が、異校種のカリキュラム内容とその意義を正しく理解していれば問題ないのであるが、そうでないときには、見当外れの要望を相手に発したり、指導形態への非難という最悪の事態に繋がりがかねない。そのような事案に関係するものとして、ここで著者が現職教員から聴取した事例と、常々研修の場で取り上げている例を紹介したい。

●事例1：小学校での計算

2007年、某市での講演の後、3名の小学校教諭が筆者のところにやってきた。そして、「今日の話聞いて非常に元気が出た。」といわれた。その日の講演の中で「小学校の算数は中学校の数学にのみ繋がるのではない。」ということ強調したことを受けてであった。その教諭達によると、中学校の数学教員との話し合いの中で、「筆算でやらなければならないような計算は中学校に行っても必要ないから、それに時間を掛けるなら、もっと別のことをしてきて欲しい。」といわれていたということであった。どうしたものかと小学校側で話し合っていた矢先に今日の話聞いて、自分たちのやっていることが先に繋がるのが分かり、自信が付き元気が出たというのである。

確かにこの中学校の数学教員のいうことは、現在の中学校数学の教育課程を鑑みると間違いとはいえない。方程式の係数にそれほど大きな数は登場しないし、小数や分数を係数を持つ方程式に関しては、両辺に最小公倍数をかけて整数係数に直してしまう。中学数学だけを見ると、確かに不要であるように思えるが、小学校での学習を通じて身につける計算力は数学以外の教科（特に、理科、社会、家庭科）での必要性はいうまでもなく、日常的にも必要な計算力である。また数学の中を見わたしても、高校数学での「場合の数」や「確率」の計算、そしてまた「定積分」の計算の中で、精緻な数値計算力が求められる。また、筆算のように構造（ここでは十進構造）に根ざした計算を知ることは、数学における構造理解の素地形成に役立つものと考えられる。小学校の算数の数値計算力は、こういう点の基礎学力を担っている。

したがって、この事例は誤認であり、自分の担当科目にしか目がいかなかったことから生じたものといえよう。

●事例2：帯分数か仮分数か

もう一つの例を分数の指導に見よう。

「小学校では帯分数というものが出てくるが、中学校では登場しません。これは一体何故でしょうか。私の知る限り理由が3つあります。」

教員対象の研修や講演会の度にこれを問いかけるが、これまですべての答えが返ってきたことがない。一つ目の答えは明らかである。文字式を扱うときの不都合を考えると、一つの分数の中に足し算と分数が同居する帯分数は中学校で使いにくい。帯分数を書いたつもりでも、かけ算の記号を省略する数学では、かけ算として認識されてしまうかもしれない。例えば、 $2\frac{3}{5}$ と書かれていたときに、これが $2 + \frac{3}{5}$ を表すのか、 $2 \times \frac{3}{5}$ を表すのかが定かではない。特に文字を使って $a\frac{b}{c}$ などと書かれたら、判別不可能である。よって、中学校では帯分数を使わないというものである。

この説明は正しいが、これだけでは小学校で帯分数を使う理由が説明されていない。実際、中学校で利用する機会がなくなってしまうような帯分数を小学校で指導する必要がないという意見さえ聞かれる。小学校で帯分数が登場する理由がないのであれば、確かにそうである。しかし、小学校での帯分数登場には意味がある。なぜ、小学校では帯分数を使うのか？それは小学校と中学校で分数の発生が違うからである。小学校は「端のかず」として分数が登場する。 $\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}$ と数えていって、 $\frac{5}{5}$ に至ると端でなくなるから、これを当然1と表記する。そうすると、その次の $\frac{6}{5}$ は端の部分は $\frac{1}{5}$ なので、半端な部分とそうでない部分とにわけて、 $1\frac{1}{5}$ と表記するのはごく自然なことである。小数における1.2という記述で、整数部分の1と端の部分の0.2が見られるのと同様の表記構造である。

ところが中学以上の数学では、割り算の商の表記としての分数が中心になる。つまり、 $\frac{a}{b}$ は $a \div b$ であって、わり算であるから、 a や b の大小が問われないことはもちろん、整数である必要性すらない。分数そのものが「表記」として意味しているから、そこに帯分数が登場する場面がない。すなわち、「仮分数を使う」というよりも、「仮分数であろうがなかろうが関係ない」という言い方が正しいのである¹。これは、小学校では時間をかけて教えられる真分数と仮分数という仲間分けさえ、中学校数学では影を潜める可能性も示唆している。

これに伴って、自ずと扱い方も変わってくるし、指導の方向性も変わってくる。同じように分数を使っても、発生がちがう。その結果、小学校は加法をベースにした分数指導になるのに対し、中学校では乗除をベースにした分数指導になる。こういう違いに目がいかないでいると、指導方法の工夫だけでは、超えられない壁があるし、「分数をしっかりと指導して欲しい」と中学校教員から小学校教員に注文を出した場合でも、注文の意図するところとその受け取られ方が異なるということが十分に考えられる。

この「分数」の例のように、同じ言葉遣いをしていながらも学校種が異なることで、定義や使い方、それに教員が頭に描く対象が異なっているものが幾つもある。例えば、「計算」や「グラフ」などがその他の代表例であろう。

3 カリキュラム構造の理解

3.1 算数科・数学科で何を教えるか

さて、算数科と数学科に関して、異校種での連携を考えるには、それぞれの学校で何を指導するかという点を明らかにする必要がある。そこでその点に関しての、著者の解釈を述べておきたい。ただしこれは具体的な教科内容や方法論ではなく、その背景にあるものや指導上の考え方についての、抽象的記述である。ただここで述べるものは、著者が複数の教員対象の講演会や、授業研究会での助言指導の際に示したものであり、その際に疑問の声が寄せられたことはない。従って、現職教員や指導主事にも受け入れられる内容であると理解している。

小学校

- 生活者としての数学的リテラシーを身につける時期。
- 至る所に数学的考え方が隠されている。たとえば、構造、不変性、対応、結合、分解、モデル化、変化、変換、集合と順序、など。
- 数学の基礎としての部分はかなり内在的。直接的または表面的な教科内容は、理科、社会、技術・家庭などに繋がる部分も多い。
- 数学的な事柄に対して「面白い」と興味を持てる。

中学校

- 数学の言葉とその表し方の基礎を身につける時期。
- 数学を利用する人のための言葉がかなり出そろおう。たとえば、座標、関数、方程式、確率など。
- 算数の意味的理解に対して、形式的処理の手法を身につける。
- 論理的な考え方を理解し、証明の必要性、その方法を知る。

高等学校

- 関数を通じて、事象や変化、蓄積をとらえられる。
- 中学校で勉強した数学の言葉をつかって数学を展開するが、数列やベクトルなどそれまで数学の対象としなかったものが入ってくる。
- 数学を利用する人のための手法がかなり出そろおう（いろいろな関数、微分と積分、ベクトルと行列）。
- 現象を表す言葉としての数学の方法を知る。
- 人間が自然や社会をどのように理解しようとしてきたかを目の当たりにする。

大学以上

数学系：証明ベースの体系だった数学。専門化と細分化。研究の材料は数学の内外にある。

大学での試験は「証明」中心。本質的に分かっているかを問われる。

他の理系：技術や方法を書き表すための数学。言葉としての数学。数学を用いて研究や開発を行う。現象を数理モデル化して解決策を探る。大学での試験は「計算」と「応用」が中心。きちんと使いこなせるかを問われる。

社会科学、人文科学：数学的方法の採り入れ。社会や経済現象のモデル化。データ整理や統計的手法の利用。

3.2 算数・数学におけるカリキュラム構造の理解

連携についての誤認を解決し、そして将来に向かって予防するのに重要な点が、カリキュラム構造の理解である。カリキュラム内容の理解ももちろん重要であるが、内容理解の上に来る物として、構造理解を提示したい。

ここで、算数・数学におけるカリキュラム構造の理解を「数学的、発達心理学的側面から、小中高の各指導事項や授業単元の目的とカリキュラム上における位置を理解し、それが潜在的・顕在的にどこから繋がりどこへ繋がるかを階層的に理解すること。」と定義する。したがって、算数・数学におけるカリキュラム構造の理解はカリキュラムの内容の理解を含み、異校種や、算数・数学外への科目への繋がりも視野に入る。そして、前項で述べたような、「それぞれの学校種で算数科・数学科で何を教えるか」という視点が背景になれば、潜在的な教科内容の繋がりへの理解に及ぶことは難しい。

ここで、カリキュラム構造の理解の観点から、前節の二つの事例を振り返ってみたい。事例1の誤認は、自分の担当科目にしか目がいかなかったことから生じたものである。中学校教員が、小学校の計算から繋がるカリキュラム構造を理解しているか、あるいはその前段階として、筆算はどこかに繋がるはずだという目配りをする事で、防ぐことの出来る誤認である。事例2は誤認とはいえないが、帯分数が小学校に存在し中学校でなくなるというカリキュラム上の構造を考えて、それをもとに小学校と中学校での教科内容を見直すことで理解可能なことである。従ってこれもカリキュラム構造に関係する事案である。

さて、このカリキュラム構造の理解に至るには4段階がある。それは、

- (1) カリキュラム構造の理解という概念を知る段階。
- (2) カリキュラム構造の理解の必要性がわかるという段階。
- (3) カリキュラム構造を自分の学校種を中心に理解する段階。
- (4) カリキュラム構造を全体的に理解する段階。

の4つである。連携に関して、効果的に教員の理解を深めていくためには、この順に展開するのがよいと考える。

4 確かな教科理解に根ざした連携のために

4.1 カリキュラム構造の理解のための研修

前節で述べたカリキュラム構造の理解への4段階を教員に促すには、次の条件を満たした研修会（勉強会）の実施が有効であると考えている。より多くの条件を満たす方が望ましいが、一つでも満たせば研修者の力量次第で第3段階までは可能であると考えている。その条件とは、

- グループディスカッションと発表を通して、教員の主体的な活動の場とすること。
- 研修者はディスカッションの話題として、連携にまつわる具体的な物を提示すること。
- 生身の授業や授業ビデオを用いること。ただしそれを評価するのではなく、質の高い授業として優れた点を具体的に示し、参加者で共有すること。
- ディスカッションが潤滑に進み散漫になることを防止するために、授業や授業ビデオを効果的に用いること。
- 異校種の教員が場を共有すること。
- 異教科の教員が場を共有すること。

である。

4.2 実践事例

現在も筆者はこの方向にそって、研修を開発している。それに関する事例を3例紹介したい。

●研修事例1：比例

2007年7月に大阪府摂津市で行われた小中合同の研修では、「比例」を扱った。「何故、同じ『比例』という単元が小学校第6学年と中学校第1学年の両方で扱われるのか。」ということを経験としてセミナー形式で研修を行った。その結果、小学校の比例が小学校での算数の勉強の集大成であるのに対して、中学校の比例は文字式と一次方程式を終えて形式的な扱いを一通りマスターした中学生が数学の基本的な言葉である「関数」に入る第一歩であることがすべての根源にあることが確認された。このため、小学校では現象優先の扱いがされるのに対して、中学校では枠組み優先の扱いがされていること、小学校の比例のグラフには単位がついていて、中学校から先の理科や社会においても、現象を記述するために利用されることを前提としていること（だからこそ教科をまたがる連携が必要だということ）などが話し合われた。

●研修事例2：単位の指導

同じ月に同市で行われた研修会では、小中学校の指導の相違に端を発して、「立式の際に単位をつけて指導するかどうか。」ということを経験としてディスカッション形式で研修を行った。摂津市の小学校では、算数科において徹底した単位指導が行われている。ところが中学校にな

ると、単位をつけない形の指導になる。単位をつけることの是非はともかくとして、指導方法の大きな転換がここにある。したがって、「単位をつけるかどうか。」という議論は、小学校の学習内容を中学校でどう生かすかという問題でもあった。ディスカッションとその後の全体協議の末、中学数学においても方程式の立式の段階では単位をつけて、式変形・計算の段階で単位を取るという指導形態の可能性が上がってきた。また理科との連携はもちろんのこと、来るべき小学校英語の問題とも関わりがあることが確認された。

●講演事例：グラフと方眼紙

以上は小中の連携の話題であるが、この手法は中高の間でも可能である。2007年12月に筆者は名古屋大学数学教育セミナー（代表、名古屋大学大学院多元数理科学研究科教授 浪川幸彦氏）に講師として招かれ、日頃の取り組みに関して「算数・数学の教員研修開発の現場から」というタイトルで講演をする機会を得た。

参加者の殆どが高校教員で、それに数学専攻の学生と院生、さらに大学教員も含まれているという状況下ではあったが、主催者からの要望もあり実際にディスカッションを行った。そのときの題目は、「小学校、中学校のグラフは方眼紙を用いますが、高校数学ではグラフで方眼紙を用いることはあまりなく、あっても最初だけです。（１）何故でしょう？（２）それは指導にどのような影響が出ますか？（３）方眼紙の利用はカリキュラムの構造とどう関わっていますか？」であった。

するとこのようなメンバー構成であったにも拘わらず、中学校の教科指導内容をきちんと想像し、非常に質の高い議論がもたれた。中学校ではグラフを綺麗に描くことが目的であるのに対し、高等学校ではグラフそのものさえも抽象化し、現象を調べるために必要なところだけを取り出すようになるという見解、中学校は小学校からの続きで差別的な発想をうちに秘めているが、高等学校はグリッドから開放されることで微分への繋がりを示唆させているという見解、中学校で1次関数のグラフを学習する時点では、無理数をまだ勉強していないので方眼紙で適切に処理が出来るが、高等学校の範囲ではグリッドがあると、かえって書きにくくなるなどの見解が出された。「中学校と高等学校での、関数とグラフ指導の目的は何でしょう」とは問わなかったが、ディスカッションの題目を具体的にしたことで、直接それを尋ねる以上に密度の濃い議論がなされ、中学校と高等学校でのグラフ指導の違いを参加者は共有することが出来た。加えて、高等学校ではグラフ学習は一つの通過点であり、それを多様な数学的問題の解明のために生かすことにこそ高校数学の性格だということを、高校教員自身が改めて確認できたのは大きな収穫であった。

5 最後に

筆者はこれまで、教員対象の講演会や、授業研究会での助言指導に数多く招かれてきた。継続的な勉強会を持ったこともしばしばである。そのような経験を通してだが、異校種の教員が場を共有するところでも、一つの学校単位でも、連携に対する意識を教員集団で共有することは可能であると感じている。そこで著者が感じ取った「連携に関する研修のための五箇条」を最後に述べたい。前節で論じたようにカリキュラム構造の理解のためには、ディスカッションを基盤に据えた研修が好ましい。この五箇条は、そのようなディスカッション型の研修のための方策である。これはむしろ必要条件というべきものであるが、かなり十分条件としても機能しているのではないかと感じている。幾分曖昧な言い方ではあるが、最後に記してこの小論を終えたい。

- (1) 研修者と被研修者が、お互いに尊敬出来る関係であること。
- (2) 学校や教科が異なる教員が場を共有する場合には自己紹介をする時間をとること。その上で、参加者どうしで相手を尊敬すること。
- (3) 研修者は被研修者を管理しようと思わず、被研修者の力量と自己教育力および相互教育力を引き出そうと勤めること。
- (4) 被研修者は自分は授業のプロであると自信を持ち、他者の意見を尊重しつつ、自分の意見を柔軟に持つこと。一方で、研修者はそのことに配慮すること。
- (5) その自治体の教育力向上のために、全員で協働していると考えること。

注

1. 帯分数を中学校で使わなくなる3つ目の理由は、負の数との関連である。 $-2\frac{3}{5}$ と書くとき、この数が何を表すのかについては、2通りの解釈が出来る。すなわち、 $-(2\frac{3}{5})$ という解釈と $-2 + \frac{3}{5}$ という解釈である。一見前者が正しいように思えるが、帯分数を整数と真分数の形と定めるならば、後者の方が正しい。

参考文献

- [1] 株式会社 ベネッセコーポレーション：「義務教育に関する意識調査」の中間報告書，平成17年6月 http://www.mext.go.jp/b_menu/houdou/17/06/05061901.htm
- [2] 京都産業大学，東大阪市教育委員会：「平成18年度教員研修モデルカリキュラム・開発プログラム」報告書，平成19年3月，http://www.kyoto-su.ac.jp/area/pdf/20070507_curriculum.pdf

- [3] 京都産業大学, 摂津市教育委員会：「平成19年度教員研修モデルカリキュラム・開発プログラム」報告書,
平成20年3月

