

# クェーサーマイクロレンズ現象の 効率的な数値計算方法

米 原 厚 憲

## 要 旨

クェーサーマイクロレンズ現象は、背景クェーサーと前方銀河内の恒星の相対運動によって引き起こされる増光現象である。その増光パターンの計算の原理は単純であるが、多数の恒星の影響を同時に考慮しなければならず、その計算コストは低くない。そこで、従来行われてきた数値計算効率化のための手法をもとに、GPGPU を利用した効率的な（あるいは高速な）数値計算方法を開発し、実際に幾つかの場合について行った計算結果について紹介する。

キーワード：重力レンズ、マイクロレンズ現象、固有運動、光度曲線、数値計算

## 1. 研究の背景と目的

巨大ブラックホールを中心に有する活動的な天体であるクェーサーは、それが関係する様々な極限現象とともに、銀河などの宇宙論的な進化における重要な役割を担うと考えられていることから、宇宙物理学における非常に興味深い研究対象の一つである。そしてクェーサーの一部は、前方にある銀河（レンズ銀河）による重力レンズ現象で多重像に観測されるクェーサー（多重像クェーサー）となって観測される。そして、このような重力レンズ現象を受けたクェーサーは、クェーサー全体に対して僅かな割合であるにも関わらず、クェーサーや銀河に関する非常に興味深い観測的な情報を我々に提供してくれる。そして、レンズ銀河中にある無数の恒星状天体が引き起こす小さなスケールの重力レンズ現象であるクェーサーマイクロレンズ現象で得られる観測量は、直接空間分解が困難なクェーサー中心部の空間構造を知る手掛かりとなる（例えば、Yonehara et al. (1998)）。

クェーサーマイクロレンズ現象は、空間的に分解して観測することが非常に困難であるため、通常は明るさの変化のみを観測することになる。理論的に明るさの変化を計算する際には、クェーサーと恒星状天体の相対運動を考慮する必要があるが、これはクェーサーとレンズ銀河全体の相対運動、ならびに、レンズ銀河内の恒星状天体の固有運動の2種類を考えなければならない。レンズ銀河全体の相対運動については、局所的に恒星全てが同じ速度で運動するとみなせばよいので、クェーサーマイクロレンズ現象による増光の空間パターンが平行移動すると考えればよいが、恒星状天体の固有運動については個々の恒星の運動によって、そもそも増光の空間パターンそのものが時間的に変化するた

め、多数の連続した増光の空間パターンを計算する必要がある (Yonehara (2020))。すなわち、この固有運動がキューサーマイクロレンズ現象の統計的な性質に及ぼす影響を系統的な研究はこれまでほとんど行われていないが、その原因の一つは膨大な数の増光の空間パターンを計算する必要があることにある。

そこで本論文では、固有運動を考慮したキューサーマイクロレンズ現象による増光パターンを計算し統計的な研究を効率よく進めるために行った数値計算方法の改良と、その手法を用いた計算結果について報告する。

## 2. キューサーマイクロレンズ現象の数値計算方法

重力レンズ現象は、重力レンズ現象を考慮しない場合の、光源天体本来の天球面上の座標  $\beta = (\beta_x, \beta_y)$  と重力レンズ現象を考慮した場合の、光源天体が実際に観測されている天球面上の座標  $\theta = (\theta_x, \theta_y)$  の関係結びつける「レンズ方程式」と呼ばれる式を用いて、理論的な計算が行われる。キューサーマイクロレンズ現象の場合のレンズ方程式は、レンズ銀河全体による重力レンズ効果を convergence ( $\kappa$ ) と external shear ( $\gamma$ ) という2つのパラメーターを用いて、以下のような式で記述する。

$$\beta = \theta - \kappa\theta - \begin{pmatrix} \gamma & 0 \\ 0 & -\gamma \end{pmatrix} \theta - \sum_{i=1}^N \frac{\theta_{E,i}^2}{|\theta - \theta_i|^2} (\theta - \theta_i) \quad (1)$$

ここで、キューサー像周辺にある  $N$  個の恒星状天体を考え、 $i$  番目の恒星状天体の天球面上での位置、ならびにそのアインシュタインリング半径（重力レンズとしての典型的な大きさに相当し、今の場合であれば恒星状天体の質量などを反映している）をそれぞれ、 $\theta_i$  と  $\theta_{E,i}$  と表している。また、convergence は恒星状ではない連続的に分布している物質の質量密度によって像を拡大する効果に、external shear は質量分布の非一様成分によって像を歪ませる効果に、それぞれ対応しており、座標の  $x, y$  軸は external shear の方向と一致させてある。なおアインシュタインリング半径のはレンズ銀河の位置での長さ ( $R_E$ )、および、見かけの角度 ( $\theta_E$ ) として、以下のように定義される。

$$R_E \equiv \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \frac{D_{ol}D_{ls}}{D_{os}}} \quad \text{または} \quad \theta_E \equiv \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \frac{D_{ls}}{D_{ol}D_{os}}} \quad (2)$$

ここで、 $M$  は恒星状天体の質量、 $D_{ls}$ ,  $D_{ol}$ ,  $D_{os}$  はそれぞれレンズ銀河・多重像キューサー間、観測者・レンズ銀河間、そして観測者・多重像キューサー間の角径距離を示す。

理論的には増光の空間パターンは、 $\beta$  から  $\theta$  への写像による拡大率を様々な座標で計算することで得られる。しかし、レンズ方程式が  $\theta(\beta)$  ではなく  $\beta(\theta)$  であることから、増光の空間パターンの計算には工夫が必要となる。その手法の一つが逆光線追跡 (inverse ray shooting: IRS) 法と呼ばれる方法で、レンズの位置で一様に空間分布している無数の光線についてレンズ方程式を計算し、キュー

サーの位置に到達した光線の本数を様々な領域で計算し、増光の空間パターンを計算する方法である(例えば, Wambsganss (1990))。その概要を図 1 (a) に示した。逆光線追跡法では, (1) 式右辺最後の項の計算が数値計算の大部分を占めており, (a) そもそも恒星状天体の数だけ和を取る必要があること, (b) 高い精度で空間パターンを計算するために膨大な数の光線について計算をする必要があること, 通常はこれらについての効率化を行った数値計算を実行する。

例えば, Wambsganss (1990) の用いた逆光線追跡法に基づく数値計算方法では, (a) 光線の位置から遠い恒星状天体の影響をまとめる近似(ツリー法)を用いて光線の到達先を計算, (b) 光線間においてテイラー展開を利用して光線の到達先の近似計算, のそれぞれを行うことで効率の良く正確な数値計算を実現している。Yonehara (2020) の計算においては, そもそも単純で回数の多い(1)式右辺最後の項の計算に対して, コーディングが複雑になるツリー法を適用する代わりに GPGPU を利用したコード(実際には GPGPU を 2 台同時に使用)を独自に作成した上で, Wambsganss (1990) の計算と同様に光線間における近似を適用していた。

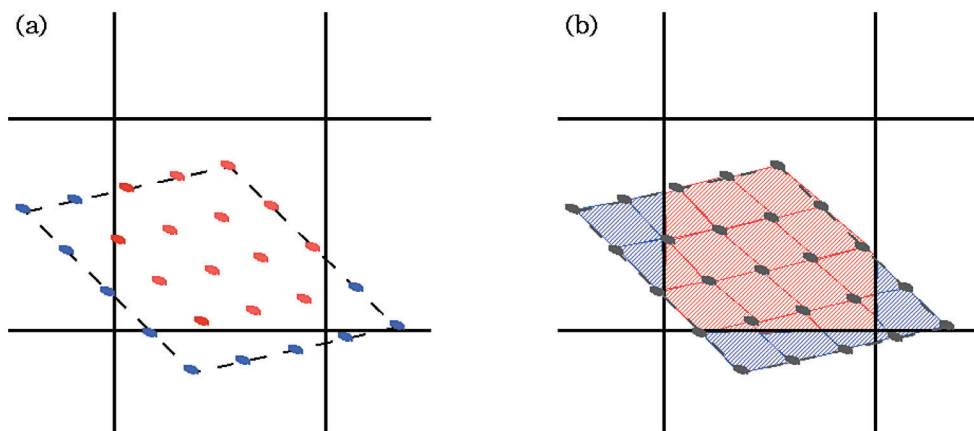


図 1 左側の (a) が逆光線追跡法, 右側の (b) が逆多角形追跡法による増光の空間パターンを計算する方法を説明する概略図。それぞれ図の中心の黒い実線で囲まれた正方形の領域が, 光源天体の位置での 1 つのセルに対応しており, レンズ天体の位置でのある領域内から放たれた光線が点で表されている。

逆光線追跡法 (a) の場合は, 今考えている光線のうち赤色で示されたものが, このセルに到達する光線であるので, レンズ天体の位置における様々な領域から同様に光線の到達地点を計算し, 考えているセルについてその光線の数の総和を取る。この値と重力レンズ現象が無い場合に 1 つのセルに到達すると考えられる光線の平均値との比を取ることで, このセルの増光率を計算する。

一方, 逆多角形追跡法 (b) では, 今考えている光線を頂点とする多角形を考え, その多角形のうちで考えているセルと重なる面積を計算し, その面積の総和を取る。この値と重力レンズ現象が無い場合に到達した光線を頂点とする多角形が 1 つのセルと重なる面積の合計との比を取ることで, このセルの増光率を計算する。

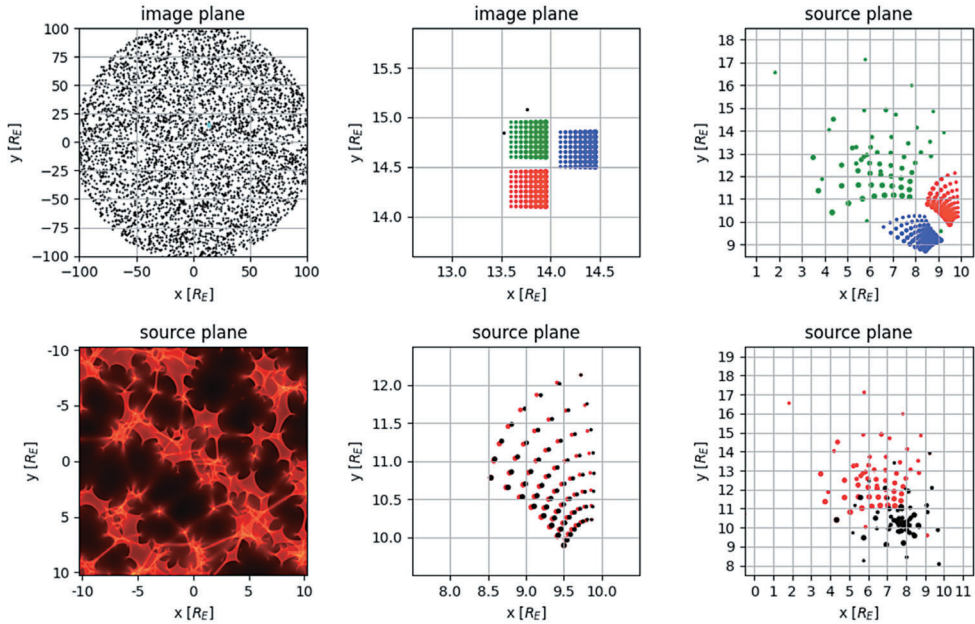


図2 レンズ天体の位置での恒星状天体の空間分布の例（左上）と、その空間分布に対応する光源天体の位置における増光の空間パターン（左下）。

レンズ天体の位置で等間隔に配置した光線（真ん中上）と、光源天体の位置におけるその光線の到達地点（右上）からは、空間的に近接した領域であっても、到達地点の拡がりが大きく異なる事が分かる。色で対応関係を示してあり、例えば真ん中上の図における緑色の光線は、右上の図の緑色の点に対応する到達地点になる。

なお、ここに例を示した光線に対して、直接計算した場合と、近似計算を行った場合の違いを真ん中下の図と右下の図に示してある。黒い点が直接計算の結果、赤い点が近似計算の結果となっている。真ん中下の図のような状況では、近似計算の結果が良い精度であることが見て取れる（実際の数値計算の際には、この図よりも1桁以上小さな領域に分割して近似計算を行っているの、更に精度は高い）。しかし、右下の図のような状況では、光線の拡がる範囲が広ばかりでなく、近似計算の結果が明らかに不適切である。このような状況を多角形の中心点の到達点に対する計算精度を評価することで判別し、更に領域を細分化し、最終的には逆光線追跡法を利用して、正確に増光の空間パターンの計算を行う。

### 3. 逆多角形追跡法の GPGPU を用いた数値計算への実装

恒星状天体の固有運動を考慮した場合、小さな増光を示すマイクロレンズ現象の頻度・割合が増えることから、逆光線追跡法でそのような現象を正確に計算するためには、光線の本数を十分に大きく選ぶ必要がある。今、増光の空間パターンを計算したい領域全体を小さな領域に分割し、この領域をセルと呼ぶことにする。例えば、このセル1つに到達する光線数に対してポアソン誤差を仮定すれば、1%の誤差を許容するとしても最低10000本の光線が考えている領域に入るような計算を実行する必要がある（ $\sqrt{10000} / 10000 = 0.01$ ）。様々な増光を示すマイクロレンズ現象を数値計算の結果から自動的に正しく抽出するためには、光線数不足による誤差が生み出す偽のマイクロレンズ現象（誤差のせいで、光度曲線上に本来存在しないはずのピークが現れること）を抑制するために高精度の計

算を行う必要もある。更に恒星状天体の数に応じて光線が大きく散乱される可能性 (Katz, Balbus, & Paczynski (1986)) を考慮すれば、広い範囲をカバーするように光線の計算を実行する必要もあり、逆光線追跡法で計算精度を上げるためには計算に必要な光線の総数が大きくなることから、効率的な計算を実行することが難しくなる。

そこでまず、逆光線追跡法に比べて少ない光線の数で高精度の計算を実行できる逆多角形追跡法 (Inverse Polygon Mapping: IPM, Mediavilla et al. (2006)) を用いたプログラムの改良を行った。その概要を図 1 (b) に示した。この手法は、増光の大きさを考えたい領域に到達する光線の数进行計算する代わりに、3 つ以上の光線の到達点で囲まれる多角形を考え、その多角形のうち増光の大きさを計算したい領域と重なっている面積に応じて、その割合の光線が計算したい領域に到達していると考え、増光の大きさを計算する手法である。光線間に存在する光線が直線状に並んでいるとみなしてよいほど十分小さな領域、すなわち必要な計算精度に対して線形近似が十分成り立つ範囲であれば、高精度実現のために必要な光線の本数を大幅に抑えることが可能になる。

一方で、多角形が広がる領域があまりに広いと数多くの計算したい領域について、重なっている領域の面積を計算する必要があるが出てくる。GPGPU を用いて効率よく計算を実行するためには、各スレッドの計算時間が同程度である必要があるが、多角形が広がる領域の大きさは事前の予測が困難であり、かつ隣接する領域であっても大きく異なる場合も多い。そこで複数の多角形について重なっている領域の面積を並列に計算する際、各スレッドの計算時間が同程度になるように工夫を施した、以下のような計算コードを作成した。

- (1) 増光の空間パターンを計算する領域に必要な空間分解能になるよう分割する (ここで、分割後の個々の領域をセルと呼ぶことにする)。
- (2) 平均的な増光の大きさを考慮し、先ほど分割した領域の幅よりも狭い間隔になるように等間隔に光線の到達点を計算する。この際に、上下左右に隣接する光線 4 本の間地点を通る光線の到達地点も計算する。
- (3) 隣接する光線 4 本の到達地点の座標を元に、近似計算の係数を決定し、中間地点を通る光線の到達地点を近似計算から求める。
- (4) 中間地点の光線に対する到達地点を直接計算した結果と、近似計算の結果を比較し、近似の良さを評価する。
  - (a) 近似が十分な精度を持つ場合は、周囲の光線 4 本からなる多角形が重なりうる最大のセルの個数を計算、新たに近接する光線 4 本からなる多角形が最大で 4 つの近接するセルにしか重ならないほど細かい間隔になるよう、近似計算を用いて光線の到達地点を計算する。この際、間隔の細かさ毎にまとめ、同じ間隔の計算が同時に個々のスレッドで計算されるようなコードにすることで、効率的な計算を実現する。
  - (b) 近似が十分な精度を持たない場合は、より小さな範囲で近似計算を適用する必要があると



考えられるため、より狭い間隔で光線の直接計算を行う。新たな計算で得られた隣接する光線 4 本の到達地点の座標から、近似計算の良さが十分と判断される (a) の計算が可能なる細かさになるまで、光線の間隔を狭くして繰り返し計算を行う。

- (c) 際限なく光線の間隔を狭くすると、必要以上に多くの計算時間を費やすことになるため、間隔を狭くする繰り返しを何度か行った段階で、近似計算の精度が不十分な場合には、直接計算によって個々の光線が到達するセルを計算する。この際に直接計算を行う光線の数をすべて同じにすることで、個々のスレッドの実行時間が同程度となる。
- (5) 近似計算が十分成り立つ場合、つまり (4) の (a) の場合は、逆多角形追跡法に基づいて、各セルと重なる多角形の面積の割合に応じたウェイトをそれぞれのセルに足してゆく。(4) の (c) の場合は、逆光線追跡法に基づいて、各セル内に到達する光線の本数に対応したウェイトをそれぞれのセルに足してゆく。
- (6) 十分に広い範囲について光線の到達点を計算、各セルのウェイトの合計が増光率となる。

通常、逆多角形追跡法では 4 本の隣接する光線の到達点で構成される多角形が重なるセルの個数が選んだ光線の組によって大きく異なるため、これまで GPGPU を利用しての逆多角形追跡法による計算は行われていない。しかし、上述の (4) のような手続きで計算を行うことで、GPGPU を利用しての効率的な計算が実現可能となる。今回の計算は、GPGPU と逆多角形追跡法を同時に用いた初めての計算であるといえる。

近似計算方法については、過去の逆光線追跡法で用いられた計算と同様、3 次の項まで考慮している。曲がり角の計算については、2 つの方向それぞれについて 10 個の係数を決定する必要があるが、係数同士の対称性を考慮すると、2 つの方向合計で 8 個の係数を決定すれば良いことがわかる。隣接する 4 個の光線の到達点が計算されているということは、既知の量が 4 個  $\times$  2 方向で 8 個存在することになる。実際にはテイラー展開した際の係数を未知数として、連立方程式を解くことで近似式の係数を決定している。Wambsganss (1990) では近似計算を適用する際に、恒星状天体から遠い領域について適用するにとどめていたが、本計算では隣接する 4 個の光線の中に恒星状天体を含む場合、ならびに、恒星状天体からの距離に関係なく隣接する 4 個の光線の間中地点を通る光線に対する近似が悪い場合については、更に細かい間隔で光線の到達点を直接計算し、より狭い範囲で近似計算を適用できると判断した場合にも近似計算を適用した。

なお今回の計算にあたっては、数多くの恒星状天体の影響を正しく計算する必要があること、また光線の本数では無く面積の割合に応じたウェイトの計算が必要となることを考慮し、利用可能な GPGPU の中でも倍精度の計算でも大幅に演算処理速度を落とさない GPGPU である NVIDIA 社の Tesla K40 を用いた。

#### 4. 逆多角形追跡法と GPGPU を用いた改良・効率化の結果

ここでは、Yonehara (2020) で行った恒星状天体の固有運動を考慮した増光の空間パターンの時間変化の計算と同様の計算を、今回改良・効率化を行った計算光度を用いて実行し、改良・効率化の大まかな結果について紹介する。今回の計算では、計算精度を 1% 程度に設定した。また増光の空間パターンの計算領域として光源天体の位置でのアインシュタインリング半径の約 20 倍の幅を持つ領域を考え、その領域をアインシュタインリング半径の 0.01 倍の細かさ（セルの大きさ）で計算した。また、この領域を計算するために十分な広さにわたり光線の計算を行い、その計算に十分な数の恒星状天体をランダムに空間分布させている。なお簡単なテスト計算を行い、ある程度の効率化に成功したことを確認後すぐに、本来の研究のための数値計算を始めたため、完全に同じ設定での計算の比較にはなっていないが、同程度以上の精度の数値計算をより高速にできたことが分かる結果になっている。また計算時間については、逆光線追跡法では同時に 2 個の GPGPU を使用した結果であるのに対して、逆多角形追跡法では 1 個の GPGPU を使用した結果である。

レンズ天体としてはたらく恒星状天体の面密度 ( $\kappa$ ) が小さく、計算に考慮すべきレンズ天体の数

表 1 逆光線追跡法 (IRS, 上段) と逆多角形追跡法 (IPM, 下段) を用いた計算の設定値と、1 つの増光の空間パターンを計算するためにかかった時間。計算の設定に若干の違いはあるが、恒星状天体の数と計算領域の半径が数値計算に必要な計算量の目安となることから、概ね逆多角形追跡法の方が計算量の多い比較となっている。

恒星状天体による $\kappa$	恒星状天体の数	計算領域の半径 [ $R_E$ ]	計算時間 [s]
0.2 (IRS)	1733	93.06	260-270
(IPM)	2922	120.86	85-95
0.3 (IRS)	3149	102.45	300-330
(IPM)	5090	130.25	180-190
0.4 (IRS)	2988	86.42	280-300
(IPM)	4026	100.32	160-170
0.5 (IRS)	5237	102.34	330-350
(IPM)	6755	116.23	180-190
0.6 (IRS)	9481	125.70	360-380
(IPM)	11697	139.62	180-190
0.7 (IRS)	18864	164.16	470-490
(IPM)	22199	178.08	380-390
0.8 (IRS)	46265	240.48	840-860
(IPM)	51752	254.34	860-880

が少ない場合の逆多角形追跡法では、逆光線追跡法と同程度の計算精度を保ちつつ概ね半分程度の時間で計算が可能になっている。面密度が大きくなり、 $\kappa \sim 0.5$ を超えたあたりから逆多角形追跡法の計算にかかる時間が逆光線追跡法と同程度に近づいてきているが、計算に使用した GPGPU の数が 2 : 1 であることを考慮すると、やはり逆多角形追跡法を用いた数値計算の方が実質半分程度の計算時間で同程度の計算が可能となっていることがわかる。

一方で、レンズ天体の面密度が高く、計算に用いるレンズ天体の数が多い場合 ( $\kappa$  の値が大きい) には、光線が大きく散乱されるようになり、隣接した光線であっても到達地点が広い範囲にわたることなどから、逆多角形追跡法であってもより細かな領域に細分化した計算が必要になる、あるいは、逆光線追跡法が必要となる領域が増加するなどするため、効率の良い計算が難しくなる。図 3 から図 5 のような計算例から、現在の数値計算方法ではレンズ天体の面密度が高くなるにつれて、数値計算の誤差が相対的に大きくなっている様子も見えており、最初の段階における計算領域の分割方法も含め、今後更なる効率化・高精度化を試みたいと考えている。

その一方で、レンズ天体 (恒星状天体) の固有運動を考慮する際には、少しずつレンズ天体の位置

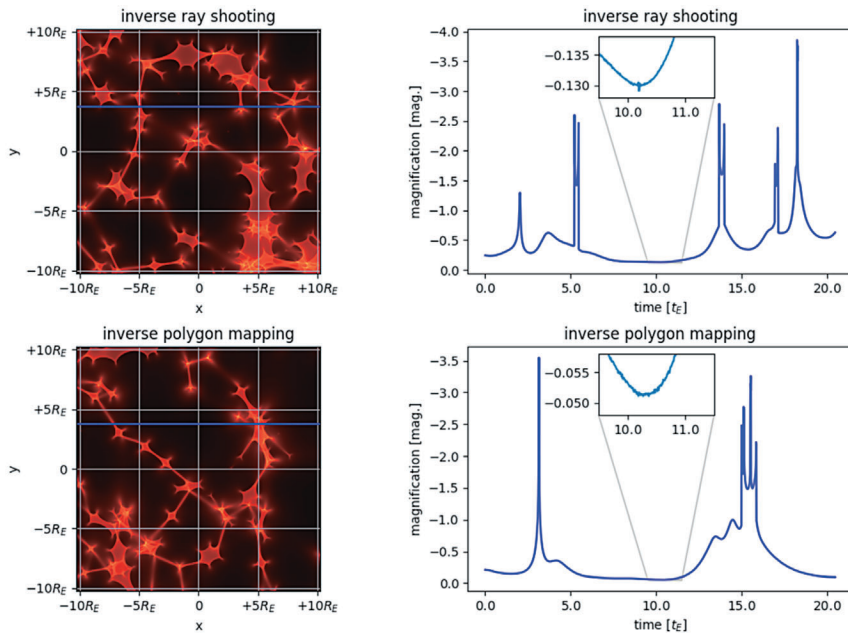


図 3 逆光線追跡法 (IRS, 上段) と逆多角形追跡法 (IPM, 下段) を用いた計算例で  $\kappa$  の値が 0.3 の場合に相当。

左図が増光の空間パターンであり、縦横ともにアインシュタインリング半径を単位とした座標。右図が左図の青い直線上を光源天体が横切った際の光度変動に対応しており、横軸がアインシュタインリング半径を横切るのににかかる時間を単位にした時刻、縦軸が増光率が等級で表したものになる。また光度曲線の一部を拡大したものも図中に挿入してある。



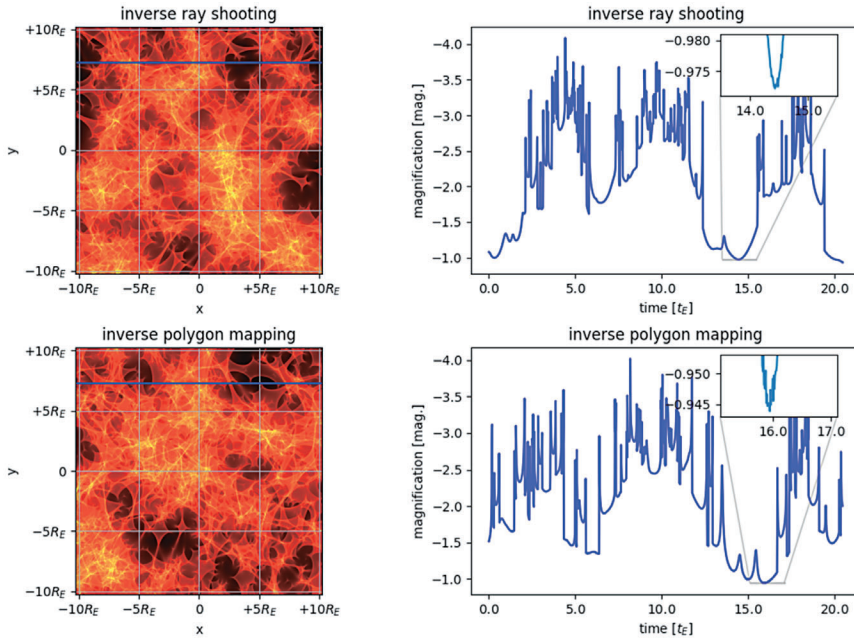


図5 逆光線追跡法 (IRS, 上段) と逆多角形追跡法 (IPM, 下段) を用いた計算例で  $\kappa$  の値が 0.7 の場合に相当。

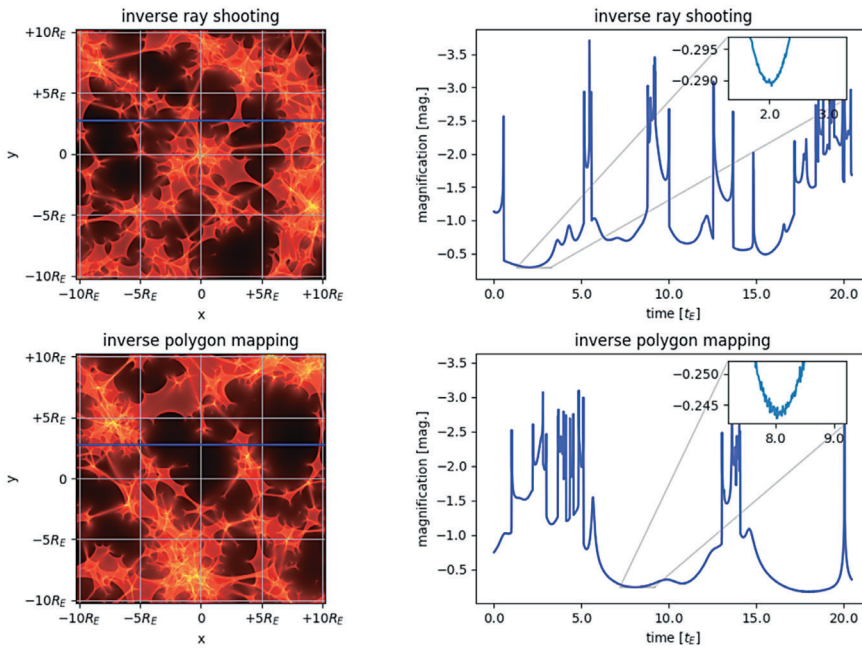


図4 逆光線追跡法 (IRS, 上段) と逆多角形追跡法 (IPM, 下段) を用いた計算例で  $\kappa$  の値が 0.5 の場合に相当。

のこととなる増光の空間パターンを大量に作成して、その中からマイクロレンズ現象を抽出する必要がある。レンズ天体の面密度が高い場合には、短い時間に対する計算結果の中に多くの多様なマイクロレンズ現象が含まれているが、レンズ天体の面密度が低い場合は、1度の計算内にわずかな数のマイクロレンズ現象しか含まれない。つまり、正確にマイクロレンズ現象の統計的な性質（例えば、マイクロレンズ現象そのものの頻度や各種観測量に対する分布）を明らかにするためには、相対的に長い時間に対応する計算、あるいは、レンズ天体の空間分布を様々に選びながら多数の計算を実行することでマイクロレンズ現象を多く抽出する必要があるため、レンズ天体の面密度が低い場合の計算の効率が大幅に改良されている点は、今後の計算を実行する際に重要なアドバンテージとなる。

実際のキューサーマイクロレンズ現象について考える場合、レンズ銀河全体の影響を正しく考慮する必要があるため、重力レンズ天体としてのレンズ銀河全体による external shear を考慮するが、ここでは固有運動及ぼす影響を明確にするため、external shear が無い場合について、恒星状天体の面密度が様々な場合についての計算を行う。実際の計算はさらに、レンズ銀河全体と多重像キューサーの視線方向と垂直な方向の相対速度のみを考慮する場合（以下、bulk の場合）と、レンズ銀河内の恒星状天体の固有運動のみを考慮する場合（以下、random の場合）について実行した（計算方法や評価方法の詳細については、Yonehara (2020) 参照）。

また一般に光源天体は有限の大きさを持つため、光度曲線を計算するためには、計算で得られた増光の空間パターンと適当な光源の輝度分布（明るさの空間分布）との convolution を計算する必要がある。そこで簡単のため、これまでの多くの研究と同様に光源の輝度分布として2次元ガウス分布を考えた。実際には、ガウス分布の分散についても値を変化させて計算を行ったが、ここでは分散がアインシュタインリング半径の0.1倍の場合についてのみ計算結果を紹介する。分散の値が大きくなると、強く増光される領域の割合が小さくなるため、大きな増光を伴うマイクロレンズ現象が少なくなり、小さな増光しか伴わないマイクロレンズ現象については増光率が非常に小さくなることにより、検出可能なマイクロレンズ現象の絶対数が小さくなる。

## 5. 数値計算における増光の空間パターンの空間分解能、ならびに、時間分解能の影響

マイクロレンズ現象の特徴を調べるにあたり、増光の空間パターンの空間分解能、ならびに、固有運動を考慮する際の時間分解能が、マイクロレンズ現象の個数や特徴に及ぼす影響を調べるため、今回の計算について標準的な分解能と比較して、空間分解能を2倍、4倍にした計算結果との比較、ならびに、固有運動を考慮する際の空間分解能を2倍にした計算結果や時間分解能を2倍にした計算結果との比較を行った。比較するにあたり、 $\kappa=0.5$ の計算のうちの1セットと全く同じレンズ天体の空間分布・固有運動の速度の場合の計算を行った。なお、レンズ銀河とキューサーの相対速度については、増光の空間パターンの空間分解能で自動的に決まってしまうことから、単位時間あたりアインシュタインリング半径の0.01倍の長さを動く場合を基準としている。また恒星状天体の固有運動については、個々の恒星状天体の運動方向はランダムであり、速さは正規分布に従うように設定した。この

場合、後の計算の自由度を高めるため平均的な速度が単位時間あたりアインシュタインリング半径の 0.01 倍の半分になるよう、分散を単位時間あたりアインシュタインリング半径の 0.004 倍になるように設定した。

ここでは増光の空間パターンを用いて光度曲線を作成し、その中からマイクロレンズ現象を抽出する際には、光度曲線上のピークと両脇にある極小値を検出し、極小値との増光率の差や極小値を取る時刻までの時間を用いて、マイクロレンズ現象の強さやタイムスケールを評価する。従って、空間・時間分解能が不十分であるためにピークを見落とす、あるいは、本来ピークが無いはずの領域にピークを偽検出してしまう可能性がある。このような場合、マイクロレンズ現象の頻度や特徴を誤って評価をする可能性がある。計算によって得られた光度曲線の一例（恒星状天体の固有運動によるマイクロレンズ現象の計算）を図 6 に示してある。空間分解能・時間分解能ともに高くしても、基準とした計算結果（今回の統計的な調査に用いた分解能と同じ）から全体的な光度変動の特徴を大きく変えるものではないが、ピーク付近で 0.01 等級程度の違いが生じていることが分かる。光度曲線の中には、ピークになるかならないかならないかの微妙な傾きをもつ時間変化を示している箇所、このような違いが生じることで、空間分解能・時間分解能の違いが、マイクロレンズ現象の頻度や特徴に関する計算結果を変えてしまう可能性がある。

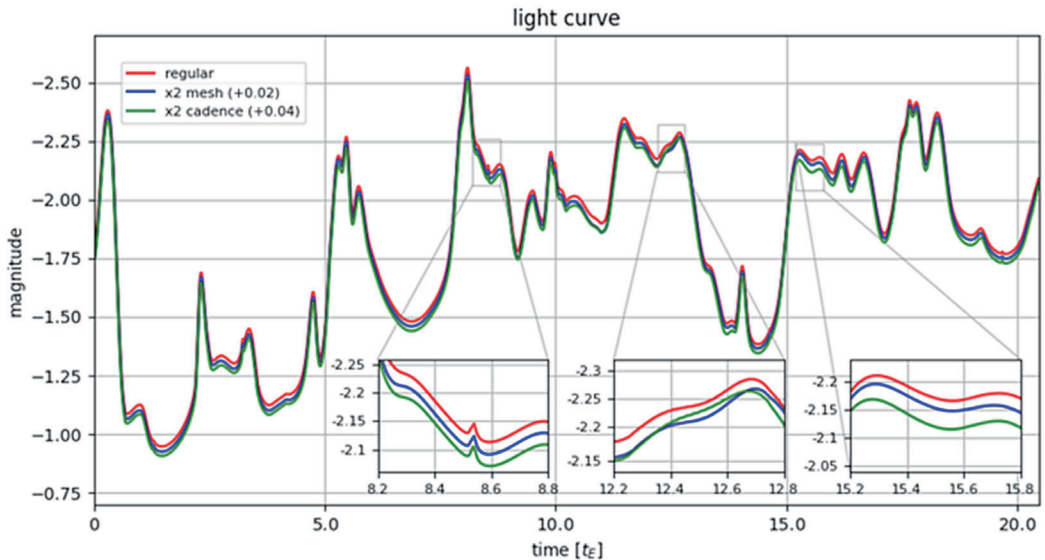


図 6 恒星状天体の固有運動によるマイクロレンズ現象について計算した光度曲線の一例（赤が空間・時間分解能ともに今回行った計算と同じ場合、青が増光の空間パターンのみ空間分解能を 2 倍高とした場合、緑が時間分解能を 2 倍高とした場合）。見やすさのため、3 種類の光度曲線は 0.02 等級ずつ縦方向にずらしてある。また、ピーク付近で光度曲線の振る舞いに違いのある箇所を拡大して示してある。

そこで、計算によって得られた光度曲線の中でマイクロレンズ現象として検出されたものの数と、その特徴を図7のように比較した。まずマイクロレンズ現象の総数については、絶対数に差はあるが、レンズ銀河とキューサーの相対運動のみを考慮した場合でも、恒星状天体の固有運動のみを考慮した場合も、一致はしないものの大きな違いは無い。確認前に想定していたように、分解能を変えるとマイクロレンズ現象の期待値は確かに変わりうるが、総数を基準とするとどちらも1%以下の割合でしかない。つまり、マイクロレンズ現象の頻度については空間・時間分解能が十分でないことによる影響は1%に満たないと考えられる。また、マイクロレンズ現象のタイムスケールや増光の大きさについて比較すると、定量的な評価が十分になされていないが、目に見えて大きく値の異なるイベントは

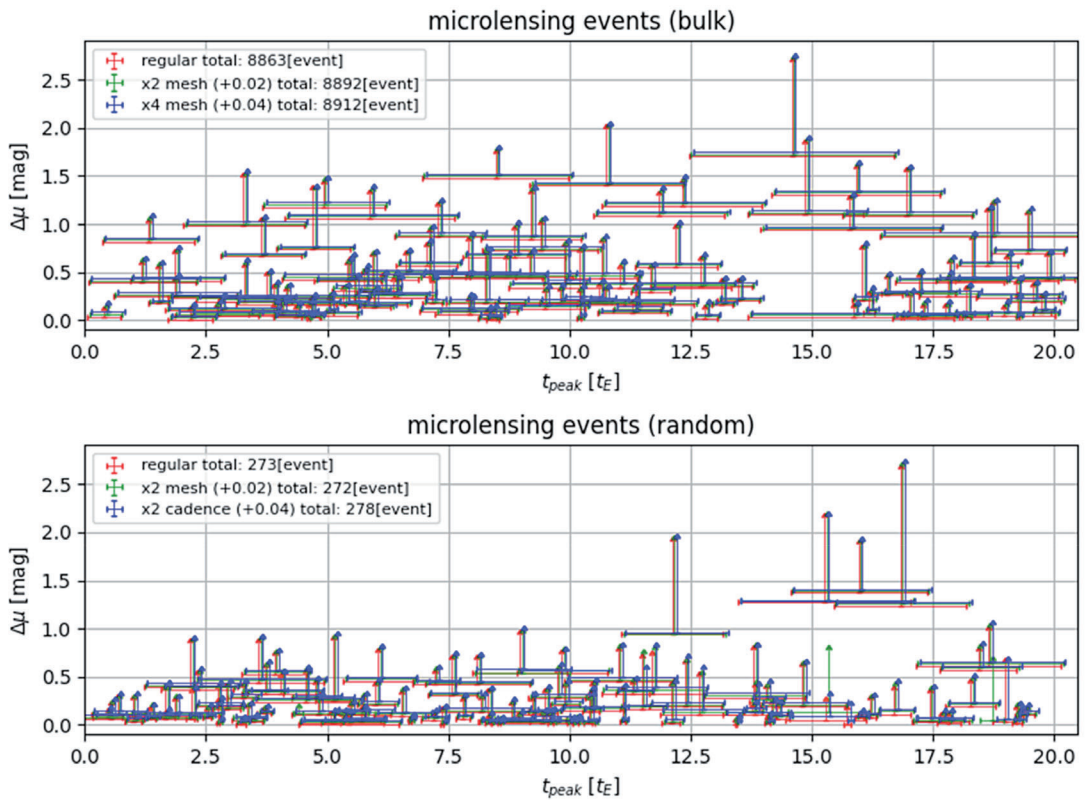


図7 計算した光度曲線から検出されたマイクロレンズ現象の数と、そのうちの100個のマイクロレンズ現象のタイムスケール、ならびに増光の大きさ。上がレンズ銀河とキューサーの相対運動のみを考慮した計算（赤が基準の計算、緑・青はそれぞれ空間分解能が2倍・4倍）、下が恒星状天体の固有運動のみを考慮した計算（赤が基準の計算、緑は空間分解能が2倍、青は時間分解能が2倍）。横軸はマイクロレンズ現象の起きた自国で、横方向のエラーバーはタイムスケールを表している。縦軸はマイクロレンズ現象の増光の大きさで、矢印の根元と先端がそれぞれ、ピークとそれを挟む2つの極小値との差のうち小さいほうの値と大きいほうの値を表している。見やすさのため、色ごとに少しずつ縦方向に平行移動してある（緑が+0.02等級、青が+0.04等級）



見当たらない。マイクロレンズ現象の総数が1%程度変わる可能性があるので、タイムスケール分布や増光の大きさの分布について比較する際には、その程度の違いは数値計算の空間・時間分解能の違いで生じうることを踏まえた上で議論をすればよいと考えられる。

## 6. 固有運動を考慮した場合のマイクロレンズ現象の特徴

今回の計算結果をもとに、Wamsganss & Kundić (1995) で報告されたような、恒星状天体の固有運動のもたらす効果について確認を行う。なお今回の計算は、Wamsganss & Kundić (1995) で行われた数値計算に比べて、空間分解能・時間分解能ともに倍以上高い計算となっており、より短いタイムスケール・小さな増光率のマイクロレンズ現象を正しく検出できている。更に、数多くの独立な数値計算を実行しており、統計的な性質について議論することが十分可能である。恒星状天体の面密度を様々に設定して数値計算を行い、マイクロレンズ現象の増光率やタイムスケールの分布についてまとめた結果を図8に記してある。このような分布の特徴を調べるため、全ての場合（7種類の $\kappa$ の値）に対して、マイクロレンズ現象の総数が1000を超えるように同一の $\kappa$ の値について複数回の数値計算を実行した。なお、恒星状天体の固有運動を考慮した計算においては、1回の計算につきア

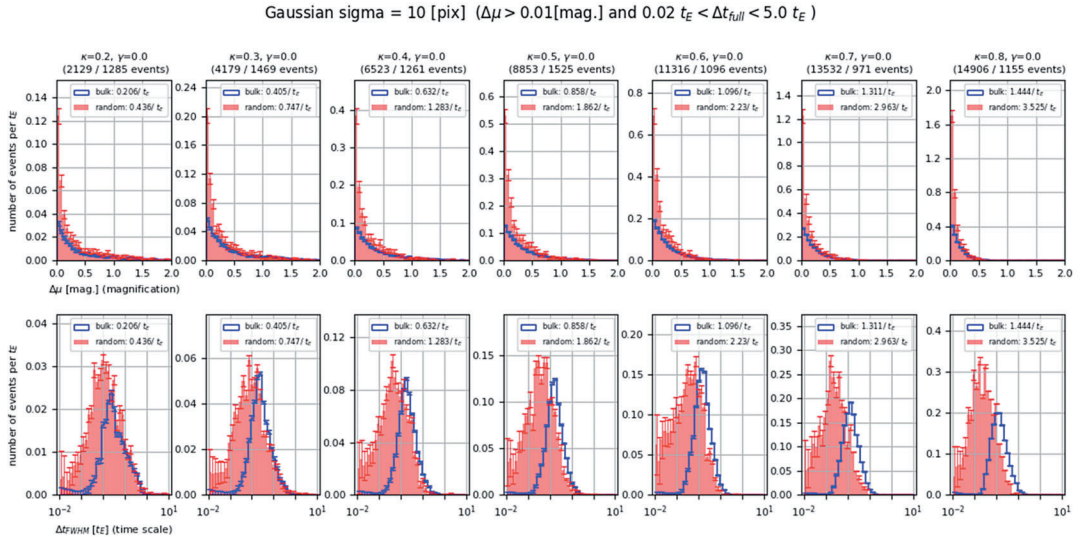


図8 恒星状天体の面密度が様々な場合についてマイクロレンズ現象を計算して求めた増光率の分布（上段）とタイムスケールの分布（下段）。縦軸はアインシュタインリング半径を横切るタイムスケールあたりのマイクロレンズ現象の頻度、横軸は上段が増光率で単位はマグニチュード、下段がタイムスケール（対数スケール）で単位はアインシュタインリング半径を横切るタイムスケール。恒星状天体の面密度の値は左から順番に  $\kappa = 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8$  となっている。全ての図において、レンズ銀河とクェーサーの相対運動のみを考慮した計算結果を青で、恒星状天体の固有運動のみを考慮した計算結果を赤で、それぞれあらわしている。また、分布を作成した際の各 bin の中に含まれるマイクロレンズ現象の個数に応じて、ポアソン誤差を重ねてある。



インシュタインリング半径を横切るタイムスケールの約 10 倍（ただし、 $\kappa=0.2, 0.3$  の場合については約 20 倍）に相当する長さの高度曲線が得られるよう、恒星状天体の初期分布 1 つに対して、恒星状天体の位置を時間変化させながら、増光の空間パターンを約 2000 枚（ただし、 $\kappa=0.2, 0.3$  の場合については約 4000 枚）計算を行い、高度曲線を作成した。

今回の計算結果には、以前より定性的には理解されていた増光率が小さくタイムスケールの短いマイクロレンズ現象の頻度が高くなる傾向がはっきりと表れていることはもちろんであるが、その頻度分布の違いについて定量的な議論が可能なほど多数のマイクロレンズ現象を数値計算結果から検出することができている。

図 8 の増光率の分布について、レンズ銀河とキューサーの相対運動のみを考慮した場合と比較して、恒星状天体の固有運動のみを考慮した場合は、大きな増光率を示すマイクロレンズ現象の頻度に大きな違いはない。このことは、このようなマイクロレンズ現象が増光の空間パターンのうち大きな構造によるものであることと考えることで理解することができる。その一方で、概ね 0.3 等級以下小さな増光率を示すマイクロレンズ現象については、頻度が大幅に上昇している。特に恒星状天体の面密度が大きくなるにつれて、このようなマイクロレンズ現象の割合・頻度は急激に上昇しており、固有運動を考慮しない場合に期待されるマイクロレンズ現象の頻度の 2 倍以上と、非常に大きな違いを生み出すことが明らかになっている。これは恒星状天体の固有運動によって、小さな空間スケールの孤立した高増光領域が高速で移動することで起きるマイクロレンズ現象の増加に対応していると考えられ、このような現象が有意にマイクロレンズ現象の頻度を大きくしていると考えられる。このことは、図 8 のマイクロレンズ現象のタイムスケールの分布からも分かる。恒星状天体の面密度によらず、概ねアインシュタインリング半径を横切るタイムスケールの 0.1 倍程度以下のマイクロレンズ現象の頻度を比較すると、レンズ銀河とキューサーの相対運動のみを考慮した場合はマイクロレンズ現象全体の半分程度を占めるに過ぎないが、恒星状天体の固有運動のみを考慮した場合はマイクロレンズ現象の約 2/3 以上の大部分であり、短いタイムスケールのマイクロレンズ現象がマイクロレンズ現象全体の大部分を占めていることが分かる。2 つの場合は誤差を考慮しても有意な違いを示しており、今後は得られた計算結果をもとに、固有運動によって生じるマイクロレンズ現象の統計的性質、ならびにレンズ銀河とキューサーの相対運動のみを考慮した場合との違いの定量的な解釈に向けた、解析と理論的研究を進めていく予定である。

## 謝辞

本研究成果は、総合学術研究所の研究資金の援助により得られた研究成果でもある。その援助に対して、ここで謝意を表す。

[引用文献]

- Katz, N., Balbus, S., & Paczyński, B., 1986, ApJ, 306, 2  
 Mediavilla, E., Munoz, J.A., Lopez, P., et al., 2006, ApJ, 653, 942  
 Wambsganss, J., 1990, Ph.D. thesis, Univ. München  
 Wambsganss, J., & Kundić, T., 1995, ApJ, 450, 19  
 Yonehara, A., Mineshige, S., Manmoto, T., et al., 1998, ApJ, 501L, 41  
 Yonehara, A., 2020, 京都産業大学総合学術研究所所報, 15, 113

# Efficient numerical method for quasar microlensing

Atsunori YONEHARA

## Abstract

Quasar microlensing events are gravitationally magnified events caused by the relative motion between a background quasar and stars in a foreground galaxy. Although the basic concept for calculating the magnification pattern is simple, we must consider influence of numerous stars for the calculation and the computational cost is not trivial. Based on conventional method for improving numerical computation efficiency, we have developed a more efficient (and/or fast) numerical computation method using GPGPU. We will also show some of our results which are obtained by the numerical computation.

**Keywords :** gravitational lens, microlens event, proper motion, light curve, numerical method