銀河団の詳細構造からダークマターの正体に迫る

三　好　　　蓄
河　北　秀　世
古　澤　彰　浩[1]

1. はじめに

本研究の目的は，銀河団の詳細構造を調べ，それに基づいてダークマター(暗黒物質)の正体を追究することである。もともと，ダークマターは1930年代に銀河団において初めてその存在が認知され(発見当初は，直接観測にかからないことから，ミッシングマスと呼ばれた)，1980年代になって，インフレーション宇宙モデルの出現により，宇宙でも類似の物質が存在することが確実となり，呼称も「ダークマター」に統一された。しかし，現在に至ってもなお，その正体は依然として不明のままであり，その正体究明は，現在，宇宙物理における最重要課題の一つになっている。ダークマターの質量が銀河団の総質量に占める比率は通常物質(バリオン)を凌いで圧倒的であり，銀河団に含まれるダークマターとバリオンの質量比は宇宙全体におけるそれの比にほぼ等しい。それゆえ銀河団は，その力学的構造において，ダークマター粒子の性質を色濃く反映しているはずである。こうした状況を踏まえて，我々は，銀河団の詳しい研究からダークマターの正体に迫ることを目指している。このダークマターの正体に迫る研究方法としては，宇宙の全体的な構造と振る舞いの方から迫るのが一般的であり，我々の研究はそれと相補的な関係にある。すなわち，宇宙全体を対象とした研究からはダークマターの平均的な性質についての情報が得られる(逆にいうと，それしか得られない)のに対し，銀河団を使った研究はダークマターの物理的特性を様々な切り口から探ることを可能にする。その意味において，我々の研究は銀河団の構造解析そのものを研究目的とする他の多くの銀河団研究とは一線を画している。本研究に関係する観測と理論が現時点において内包している様々な要因の故に，本研究の終着点はまだまだ先の事と思われるが，平成18年度は京都産業大学の補助のもとに一定の進展を見ることができた。ここにお礼申し上げる。

2. 平成18年度の研究概要

上記の研究目的達成のために，昨年度に引き続き本年度も，比較的熱的緩和が進んでいると考えられているA2029銀河団のX線天文衛星XMM-Newtonによる観測データの精密解析を行い，さらにそれに加えて，NASAのX線観測衛星Chandraによって取得されたX線データの解析も合わせ行っ

---

[1] 名古屋大学エコトピア科学研究所

て，より肌理の細かいA2029銀河団の構造解析を目指した。XMM-NewtonとChandraの両観測衛星を比較すると，観測視野は前者の方が広く，角度分解能は後者の方が良いため，両者の観測結果を上手く組み合わせることによって，いろいろ有益な情報を引き出せるものと期待されるためである。また，これと並行して，銀河団内部の質量・温度分布に対する理論的モデルとして現在世界的に広く使われている代表的なもの（のうち，現在有力視されている複数個）の再検討も始めた。この過程で，最近，「構成粒子間に長距離相互作用が働いている系については，ボルツマン・ギブス流のものとは違った新しい統計力学，すなわち非加法的統計力学がより良く自己重力系の構造や速度分布を再現する」と主張する論文を大学院生から紹介された。扱われている内容が我々の研究と密接に関係しているため，我々は直ちにその系統の論文を集中的に調査研究する作業に入った。元々この非加法的統計力学は，1988年にブラジルのC. Tsallisが，それまでの物理の常識を破る形で，長距離相互作用の働く系に有効なものとして，新しく非加法的なエントロピーの式を提案したことがその発端となっている。しかし，そのTsallisの論文を読む限りでは，その新しい式を導入するに至った根拠や他にも可能性が無いのかが今一つ明確ではなかった。しかし，後続の研究により，Tsallisのエントロピーの位置づけもかなり明確になって来ている。しかし，そうした論文の多くが数学主体の抽象的な議論の展開になっているためか，銀河団を扱った観測の論文にはこれまで殆ど引用されていない。だが，ことは統計熱力学の根幹に係る問題であり，もしも「自己重力系に対してはTsallisのエントロピーが必須」となれば，それは直ちに銀河団研究の見直しにつながる。実際に関係論文の収集を始めてみると，その数は既に数百編に及んでおり，平成19年3月末現在で，この非加法的統計力学に関係した論文のチェックは完了していない。4月以降もしばらくは続行する予定であるが，以下にこれまでの調査研究の結果を中間報告としてまとめておく。

3. Tsallisの非加法的統計力学

C. Tsallis（1988）によって提案された一般化されたエントロピーが従来のエントロピーの特徴であった加法性を持たないため，この一般化されたエントロピーを用いて展開される統計力学を「非加法的統計力学」と呼んでいる。Tsallisはマルチフラクタル系のように確率分布がベキ則的振る舞いをする場合に対応する統計力学のあるべき形を考察中に，そうした系で基本となる「スケールされる量」が確率分布関数のベキ乗 $p_i{}^q$ の形をしている（p_i は系が i 番目の状態にある確率，q は実数）ことに着目して，エントロピーの定義をBoltzmann-Shannon型の $-k\sum_{i=1}^{W} p_i \ln p_i$（ここで k はBoltzmann定数，W は或るスケールにおける系の微視的状態の総数）ではなく，ベキ型の

$$S_q = \frac{k}{q-1}\left[1-\sum_{i=1}^{W} p_i{}^q\right] \tag{1}$$

を採用することを提案した。ここで $\sum_{i=1}^{W} p_i = 1$ である。$q>1$ または $q<1$ で $S_q>0$ となることは明らかである。また，この式で $q\to 1$ の極限をとったものを S_1 と置くと

$$S_1 \equiv k \lim_{q\to 1} \frac{1-\sum_{i=1}^{W} p_i \exp[(q-1)\ln p_i]}{q-1} = -k\sum_{i=1}^{W} p_i \ln p_i \tag{2}$$

を得る。すなわち $q \to 1$ の極限で Boltzmann-Shannon 型エントロピーが得られる。これは，形式的には，Boltzmann-Shannon 型エントロピーが Tsallis エントロピーに含まれることを意味している。因みに $\sum_{i=1}^{W} p_i = 1$ の拘束条件下で S_q が最大になるのは，全ての i について $p_i = 1/W$ が成り立つときで，その値は $S_q = k(W^{1-q}-1)/(1-q)$ となる。これの $q \to 1$ の極限がやはり Boltzmann の表式 $S_1 = k\ln W$ を与える。つぎに，Tsallis エントロピーの加法性を見るために，2 つの系 A，B の同時確率分布が $p_{ij}(A, B) = p_i(A)p_j(B)$ のように積で与えられる場合を考える（通常，2 つの系が独立であればこれが成り立つと考えられている）。この確率分布の式を（1）式に代入して少しだけ変形すると

$$S_q(A, B) = S_q(A) + S_q(B) + (1-q)S_q(A)S_q(B) \tag{3}$$

を得る。右辺第 3 項の分だけ加法性が崩れている（擬加法性，pseudo-aditivity）。計算するまでもなく，加法性が成り立つのは $q \to 1$ の場合に限られることは明らかである。

或る束縛条件下でエントロピーを最大にすることで系の平衡状態の分布関数が求まるが，その束縛条件としては，通常，物理量 Q の期待値 $Q_{\exp}$ に対する拘束条件

$$< Q > = \sum_{i=1}^{W} p_i Q_i \equiv Q_{\exp} \tag{4}$$

を課している。Tsallis エントロピーについても，始めの頃は（4）式で定義される期待値を拘束条件に用いて解析が進められたが，やがてそれでは無矛盾な熱力学的 Legendre 変換構造を実現できないことが判明した。そのため，現在は Tsallis, Mendes, & Plastino (1998) によって導入された「規格化された q-期待値」

$$< Q >_q = \sum_{i=1}^{W} P_i^{(q)} Q_i \equiv Q_q \tag{5}$$

が一般的に用いられている。ここで $P_i^{(q)}$ は Tsallis のエントロピーで基本となった $p_i{}^q$ を使って

$$P_i^{(q)} = \frac{p_i{}^q}{\sum_{j=1}^{W} p_j{}^q} \tag{6}$$

で定義される。p_i が元々持っている規格化条件 $\sum_{i=1}^{W} p_i = 1$ と式（4）の拘束条件下における平衡確率分布関数は，Lagrange の未定係数法から求まり，

$$p_i = \frac{1}{Z_q(\beta)}\left[1-(1-q)\frac{\beta}{c_q}(Q_i - Q_q)\right]^{1/(1-q)} \tag{7}$$

となる。ここで，β と c_q は具体的な応用の際に決められるべき定数であり

$$Z_q(\beta) = \sum_{i=1}^{W}\left[1-(1-q)\frac{\beta}{c_q}(Q_i - Q_q)\right]^{1/(1-q)} \tag{8}$$

である。例えばエネルギーと温度を一定にした系の場合，Q_i を状態 i に対応するエネルギー E_i，Q_q をそれの規格化された q-期待値 E_q とし，さらに E_q を係数 Z_q に組み入れて，

$$p_i = \frac{1}{\overline{Z}_q(\beta)}\left[1-(1-q)\overline{\beta}E_i\right]^{1/(1-q)} \tag{9}$$

を得る。ここで

$$\overline{Z}_q(\beta) = Z_q(\beta)\left[1+(1-q)\frac{\beta E_q}{c_q}\right]^{1/(1-q)},\ \overline{\beta} = \frac{\beta}{c_q+(1-q)\beta E_q} \tag{10}$$

である。(9)式で $q \to 1$ の極限をとったものが $p_i \propto \exp(-\overline{\beta}E_i)$ と Boltzmann 分布の形になるので，温度を T として，$1/\overline{\beta} = kT$ とすればよいことがわかる。この Tsallis 分布関数(7)で特徴的なのは，それが $q>1$ (subextensive)のときと $0<q<1$ (superextensive)のときで異なる性質を持つことである。まず，$q>1$ の場合には，大きい Q_i に対して $p_i \sim Q_i^{-1/(q-1)}$ となり，分布関数はベキ型の振る舞いを示す。これとは対照的に，$0<q<1$ の場合には，Q_i のとり得る値に上限 $Q_{\max} = Q_q + c_q/(1-q)\beta$ が存在し，分布関数はそこで切断される。

Tsallis エントロピーの最大の特徴は式(3)に示された非加法性にある。これより，もしもそれが有効性を発揮するとしたら，構成要素間に長距離力が働く系において有効であろうと予想される。簡単な例として，長距離力が働く 2 つの系 A，B を合わせた系を考えた場合，各系は長距離力によって互いに相手の系の影響下にある。そのため，運動エネルギーについては加法性が成り立つが，ポテンシャルエネルギーには相手側の影響がしっかり効いていて，結局，その合体系におけるエネルギーの加法性は壊れている。これにより，エントロピーも非加法的になっている可能性がある。しかし，その一方でエントロピーは熱力学だけでなく情報理論とも密接に関係していて，Boltzmann-Shannon 型エントロピーの基盤は固いものに思える。そのため，そもそもエントロピーとして Boltzmann-Shannon 型以外のものを認知することが果たして可能かどうかという根本的な問題から検討する必要がある。この問題については Abe & Rajagopal (2000) が，「ミクロカノニカル集団理論から導かれるカノニカル集団理論は一意的ではなく (すなわち，Gibbs (1902) の定理は普遍的ではなく) 様々なものが可能であり，エントロピー最大の原理は系の物理的状況に応じて適切に修正されるべきである」ことを証明し，さらに，「非加法性は (構成要素間に長距離力が働く場合の) 状態数を数え上げるルールに付随し

た統計的平均値の定義を経由して出てくる」旨を指摘している。そして Chavanis (2003) が，系のエネルギーと質量 (粒子数) を保存し，平衡状態に達するまで一般化されたエントロピーを増加させ続ける一般化されたフォッカー・プランク方程式を導入した上で数学的に厳密な議論を展開し，Tsallis エントロピーがそうした枠内に入り得る多くの可能性の中の 1 つの特殊な例であることを示している。

4. 非加法的統計力学の天体物理学への応用

天体・宇宙における主要な力が長距離力の重力であることから，非加法的統計力学がその威力を発揮するとすれば，まずこの分野であろうと推測される。ところで，前章で述べたように，非加法的統計力学は Tsallis の提案したものに限らないことは既に明確になっているが，現在までのところ天体物理へ応用されているのは Tsallis のものに限られている。しかし，Tsallis エントロピーに現れるパラメータ q がポリトロープ指数 n と $n=1/(q-1)$ の関係にあり (Chavanis 2003)，ポリトロープがこれまで天体物理の様々な分野でその有効性を発揮してきたことを考えると，Tsallis の非加法的統計力学が天体物理の広い領域で有効であろうと予想される。

Tsallis の非加法的統計力学が実際に天体物理において応用可能であることを示す例として，銀河団に含まれる Sc 型銀河の速度分布が挙げられる。すなわち，Giovanelli et al. (1996) によって精密に測られた銀河団内部の個々の Sc 型銀河の速度データから，Bahcall & Oh (1996) がその速度関数 $P(>v)$ (CVF, cluster velocity function：銀河団に含まれる個々の銀河の速さが v 以上である確率) を作って，それを $\Omega=0.3$ CDM モデル，$\Omega=1.0$ CDM モデル，$\Omega=1.0$ HDM モデルなどに基づく様々な理論曲線 (ここで Ω は宇宙の平均密度と臨界密度の比，CDM は cold dark matter，HDM は hot dark matter を意味する) と比べて，そのどれもが観測結果にフィットしない (特に $v=500$ km/s あたりで観測から求めた $P(>v)$ がゼロになってしまうところを再現できない) との結果を得ている。しかし，Tsallis の非加法的統計力学から得られる Tsallis 型速度分布関数の積分から求まる速度関数

$$P(>v)=\frac{\int_{v}^{v_{\max}}[1-(1-q)(v/v_0)^2]^{q/(1-q)}dv}{\int_{0}^{v_{\max}}[1-(1-q)(v/v_0)^2]^{q/(1-q)}dv} \tag{11}$$

において (但し，$q<1$ のとき $v_{\max}=v_0(1-q)^{-1/2}$ であり，$q>1$ のときは $v_{\max}=\infty$ である)，$q=0.23^{+0.07}_{-0.05}$ および $v_0=490\pm5$km/s とおいたものが，Bahcall & Oh (1996) が用いたものと同じ速度関数のグラフ (観測結果) に非常に良くフィットすることが確かめられている (Lavagno et al. 1998)。実は楕円銀河に含まれる星の分布についても似た問題があって，観測結果に非常に良く合う King モデル (King 1966) は，等温ガスからなる自己重力系に対して得られる分布関数を少し修正した形になっている。分布関数の修正自体については，それが運動の恒量 (積分量) を用いている限り，Jeans の定理 (Jeans 1915) の枠内に含まれており，特に問題となるようなことはない。しかし，個々の場合について具体的にどのような修正を行うべきかについては Jeans の定理は何も教えてくれないので，King モデル

を得るために加えられた少しの修正については，単に「系の質量を有限値に収めるため」以上の理由はなく，その論理的必然性はそれほど明確ではなかった。しかし，上の CVF の例から判断して，Tsallis の非加法的統計力学を使うことでこの問題をも解決できる可能性がかなり高いように思われる。実際，最近これを後押しする研究が Leubner(2005)によってなされている。すなわち，彼は，銀河あるいは銀河団の中における物質分布が，Boltzmann 分布の特徴である指数関数型よりもベキ型関数によってより良く表現できるていることに注目して，非加法的統計力学の立場から検討を加え，いろいろ興味深い結果を得ている。中でも注目されるのは，銀河団に含まれる高温ガスの密度分布に良く合うモデルとして一時期もてはやされたダブルベータモデル(パラメータ 4 個)を非加法的統計力学から得られる分布関数(パラメータ 2 個)でほぼ完全に再現できることである。これがなぜ注目されるかは以下の理由による。すなわち，ダブルベータモデルは，ただ観測によく合わせるためという目的で導入されたもので，物理的根拠は乏しく，観測結果と比較して 4 個のパラメータの値を精度良く決めたからといって，その値から特に価値ある銀河団情報を引き出せるわけではない。しかし，それとは対照的に，非加法的統計力学の分布関数は，導出の過程で曖昧さの入る余地がないため，観測との比較で決まるパラメータの値から銀河団の構成要素に関する有益な情報をダイレクトに得ることが大いに期待できるのである。

5. 今年度の総括および今後の課題

始めに述べたように，本年度は研究の半ばで Tsallis の非加法的統計力学の存在に気付いて，急遽その調査研究に全力を注ぐ方へ方向転換し，年度末に至ってもまだそれが完了していない。そのため，本研究の現時点における進捗状況は当初予定していた研究計画からかなり外れている。しかし，この非加法的統計力学の調査研究の過程で，現在進行形で進んでいる統計力学の基礎の見直しの現場を目の当たりにすることとなり，(世界的に見ても)少し停滞気味の銀河団研究を再び活発化するためのヒントを数多く取り入れることが出来た。この新しい統計力学の研究は今も発展途上にあり，未解決の問題をまだ数多く残しているので，我々も今後はこの新しい物理の研究も視野に入れながら，銀河団の研究を行ってゆく。そして，それがまたダークマターの正体解明に向けて新しい道を開くことになると思われる。

データ解析については現在 Suzaku 衛星でとった A85 銀河団の X 線データを解析中である。また，それと並行して，(XMM-Newton 衛星や Suzaku 衛星にはない高い角度分解能を持っている)Chandra 衛星のアーカイブデータの解析も同時進行の形で行っている。この方の対象天体は，我々がこれまで XMM-Newton 衛星のデータを使って細かく調べてきた A2029 銀河団である。最後に，銀河団の X 線表面輝度分布の観測データから銀河団高温プラズマの温度と密度の 3 次元分布を求める際の解析手順を改良して，その観測データに含まれているはずの物理情報を(人工的なものの影響を極力排除して)より正確に取り出す手法を確立することに成功した。元々，我々がこれまで使っていたデータ解析の方法は，モデル依存性が無くしかも数学的に厳密なものであったから，今回の成功によって我々

は（同じ観測データから）他の研究グループよりも信頼度の高い銀河団の基礎データを手にすることが可能になった。

参考文献

[1] Abe, S., & Rajagopal, A. K. (2000) Nonuniquness of Canonical Ensemble Theory arising from Microcanonical Basis, Phys. Lett. A272, 341–354.

[2] Bahcall, N. A., & Oh, S. P. (1996) The Peculiar Velocity of Galaxy Clusters, Asyrophys. J., 462, L49–L52.

[3] Chavanis, P-. H. (2003) Genelarized thermodynamics and Fokker-Planck equations : Applications to stellar dynamics and two-dimensional turbulence, Phys. Rev. E 68, 036108.

[4] Gibbs, J. W. (1902) Elementary Principles in Statistical Mechanics (Yale University Press, New Haven).

[5] Giovanelli, R., Haynes, M. P., Chamaraux, L. N., da Costa, L. N., Freudling, W., Salzer, J. J., & Wegner, G. (1996) Spiral Galaxies and the Peculiar Velocity Field, in *Examining the Big Bang and Diffuse Background Radiations*, Proceedings of IAU Symposium 168, edited by M. Kafatos & Y. Kondo (Kluwer, Dordrecht), 183–191.

[6] Jeans, J. H. (1915) On the Theory of Star-Streaming and the Structure of the Universe, MNRAS, 76, 70–84.

[7] King, I. R. (1966) The Structure of Star Clusters. III. Some Simple Dynamical Models, Astron. J., 71, 64–75.

[8] Lavagno, A., Kaniadakis, G., Rego-Monterio, M., Quarati, P., & Tsallis, C. (1998) Astron. Lett. & Communications, 35, 449–451.

[9] Leubner, M. P. (2005) Nonextensive Theory of Dark Matter and Gas Density Profiles, Astrophys. J., 632, L1-L4.

[10] Tsallis, C. (1988) Possible Generalization of Boltzmann-Gibbs Statistics, J. Stat. Phys., 52, 479–487.

[11] Tsallis, C., Mendes, R., S., & Plastino, A. R. (1998) The role of constraints within generalized nonextensive statistics, Physica A, 261, 534–554.